TESE DE DOUTORADO

Estudo da Contribuição Não Ressonante em Decaimentos Hadrônicos do Méson D em Três Corpos

Carla Göbel Burlamaqui de Mello

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Rio de Janeiro, Julho de 1999

RESUMO

Em análises de sub-estruturas de decaimentos em três corpos hadrônicos do méson D, busca-se encontrar as contribuições relativas dos possíveis estados ressonantes, bem como do não ressonante, através da técnica de Análise de Dalitz Plot. O canal não ressonante, neste tipo de análise, vem sendo comumente parametrizado como tendo uma distribuição uniforme, o que significa considerar que os efeitos dinâmicos devidos à interação fraca não são relevantes para este decaimento. Este trabalho tem como objetivo questionar a hipótese de uniformidade da amplitude não ressonante, através de seu estudo tanto do ponto de vista fenomenológico como experimental. O trabalho experimental é realizado com a amostra de dados do experimento E791, Fermilab, onde fazemos a análise de Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

ABSTRACT

To find the relative contributions of possible resonant, as well as non-resonant states in 3 body hadronic decays of D mesons, the so-called Dalitz Plot Analysis is commonly used. The non-resonant decay, in this kind of analysis, has been usually parameterized as having a uniform distribution, what implies to consider that dynamical effects due to the weak interaction are not relevant for this decay. The aim of this work is to question this last assumption through the study of the non resonant amplitude from both the fenomenological and experimental sides. The experimental work is done using the data sample collected by Fermilab experiment E791, from which we perform the Dalitz Plot analysis of the decay $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Alberto Reis e Ignacio Bediaga. Acho que qualquer tentativa de agradecimento vai resultar pequena frente a tudo que pude aprender deles durante estes anos. Ambos foram fundamentais na minha formação, cada um à sua maneira. Isto me permitiu, neste trabalho, me aproximar do problema físico de maneira ampla, ao mesmo tempo em que era requerido um estudo tão metódico. Agradeço fundamentalmente por terem me apoiado a trabalhar de maneira independente, o que para mim foi uma das maiores aprendizagens nesta tese.

Ao meu marido, Ramón Méndez Galain. Por um lado, por nossa frutífera colaboração, junto com Ignacio Bediaga, nos trabalhos fenomenológicos apresentados nesta tese e que serviram, em parte, de motivação à análise experimental; por acompanhar de perto este trabalho, fazendo sempre sugestões e críticas fundamentais. Por outro lado, pelo amor, apoio e atenção que me deu durante todos estes anos. Esta foi, na realidade, a contribuição mais importante para mim.

Ao Dr. Jeff Appel, co-coordenador do experimento E791, e a outros membros da Colaboração E791, Dr. Brian Meadows, Dr. Mike Sokoloff, Dr. Patricia Burchat, Dr. Jean Slaughter, por terem participado ativamente desta análise, contribuindo sempre com perguntas e sugestões .

Ao Stefano Bianco, pela orientação e entusiamo no trabalho com o detetor OE do experimento E831. Aos outros companheiros de trabalho no OE, Salvador Carrillo, Shazad Sarwar e Héctor Méndez, pelo trabalho em conjunto durante minha estadia no Fermilab.

A todos os membros da Colaboração E831 com os quais tive a oportunidade de interagir estando no Fermilab. Principalmente à atenção do co-coordenador Dr. John Cumalat.

À Jussara Miranda, por toda a atenção e interesse que demonstrou ao meu trabalho, e principalmente por sempre contar com seu apoio e ajuda.

Ao Javier Magnin, por toda a amizade, atenção e carinho que me brindou, principalmente nestes últimos meses, o que foi realmente fundamental para mim.

Ao André Sznajder, pela amizade e presença em momentos tão importantes deste trabalho, e pelo grande apoio que sempre me deu.

Ao André Massafferri, pelo bom clima que sempre criou quando trabalhávamos lado a lado tantas horas seguidas.

Ao Hendly, por todo o nosso companheirismo e várias conversas durante os muitos almoços quando também ele era aluno de doutorado da E791.

Aos outros companheiros da sala de computadores do LAFEX: Wagner, Nicola, Raphael, Javier, por ajudarem a que tivéssemos um bom ambiente de trabalho, mesmo que pude desfrutá-lo por apenas alguns dias a cada dois meses...

Ao Ricardo Ferreira, do LAFEX, e à Myriam Coutinho, da CFC, pela atenção que recebi sempre que precisei.

Aos meu companheiros no Fermilab, que foram tão responsáveis de tornar a minha vida lá mais prazeirosa: Rafael e Ana, Enrique, Eduardo, Arthur.

Ao Ernesto Blanco, além de colaborador e bom amigo, sempre participou de perto do meu trabalho, buscando entender e apoiando.

Ao Gabriel González, à Amelia Ferrari e aos outros companheiros do Instituto de Física da Faculdade de Engenharia em Montevidéu.

E me falta agradecer a tantas pessoas que não entendem absolutamente nada do meu trabalho, e que mesmo assim tanto me ajudaram:

À minha família, antes de tudo. À minha irmã Isabela e ao meu cunhado Jorge, por poder contar com seu apoio e amor incondicionais. Ao meu pai e minha avó, pelo carinho de sempre. Às minhas tias e meus primos, cujo amor sempre me chegou, apesar da distância e do pouco contato efetivo. À minha sogra, Teresita, pela alegria e pelo carinho que está constantemente me transmitindo. E, por último, à Mutti, que apesar de já não ter podido estar comigo, esteve sempre tão presente ...

Às minhas amigas de coração e de alma, cada uma com qualidades tão diferentes e ao mesmo tempo tão valiosas para mim: Lina, Rosa, Adriana e Cristina.

Aos meus amigos Sofia, Osvaldo, Laura, Silvana, Lisett e Jorge, por haverem estado presentes em momentos muito importantes para mim.

Ao CNPq pela bolsa concedida na primeira metade deste trabalho. Ao PEDECIBA-Física, Uruguay, pela bolsa e financiamentos concedidos na segunda metade. Ao Instituto de Física da Faculdade de Engenharia, Uruguay, pelo apoio à realização desta tese.

Índice

1 Introdução **1**

2 Decaimentos Hadrônicos e Dalitz Plot **5**

2.1 Decaimentos Hadrônicos do Méson D 5

2.1.1 Modelos Fenomenológicos: Diagramas Espectadores e Não-espectadores 6

2.1.2 Fatorização e a Hamiltoniana Fraca Efetiva 7

2.2 Decaimentos em Três Corpos: Dalitz Plot 9

2.3 As Potencialidades da Análise de Dalitz Plot 11

3 O Formalismo para a Análise de Dalitz Plot **13**

3.1 Amplitudes para Decaimentos Ressonantes 14

3.1.1 Caso Particular: Ressonâncias Vetoriais 14

3.1.2 O Formalismo Geral 16

3.2 A Análise de Dalitz Plot para o Decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 17

3.2.1 As Contribuições Ressonantes Possíveis 17

3.2.2 A Amplitude Total 18

3.2.3 Resumo de Resultados Experimentais Anteriores para o Canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 22

4 Estudo de Decaimentos Não-Ressonantes do Méson D **24**

4.1 Motivação 24

4.2 O Decaimento Não-Ressonante $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 26

4.3 Consequências da Parametrização do Decaimento NR: Outros Exemplos . 31

4.3.1 O Decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$ 32
4.3.2 O Decaimento $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ 37
4.4 Comentários 39

5 O Experimento E791 **41**
5.1 O Feixe e o Alvo 42
5.1.1 O Acelerador e o Feixe 42
5.1.2 O Alvo 43
5.2 O Espectrômetro da E791 44
5.2.1 Os Detetores SMD 44
5.2.2 As Câmaras Proporcionais (PWC) 47
5.2.3 As Câmaras de Arrasto 48
5.2.4 Os Magnetos Analisadores 49
5.2.5 Os Contadores Čerenkov 50
5.2.6 Os Calorímetros 55
5.2.7 O Sistema de Deteção de Múons 59
5.3 O Trigger da E791 61
5.4 O Sistema de Aquisição de Dados 62

6 A Seleção da Amostra Charmosa **65**
6.1 Reconstrução e Filtro 65
6.2 As Variáveis Usadas na Seleção dos Eventos 67
6.3 A Strip da E791 70
6.4 Sub-Strip de Vértices 3 traços 72
6.5 A *N-upla* de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 73
6.6 Monte Carlo da E791 77

7 A Amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ **79**
7.1 Fontes de *Background* 80
7.1.1 As Contribuições Charmosas ao Espectro $K\pi\pi$ 80
7.1.2 O *Background* Combinatorial 88

7.2 O Ajuste do Espectro $K\pi\pi$ 90
7.3 O Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 91
7.3.1 Os Efeitos de Resolução 93
7.3.2 A Distribuição da Eficiência no Dalitz Plot 97

8 A Metodologia de Ajuste do Dalitz Plot 101
8.1 A Função de Ajuste para o Dalitz Plot 102
8.2 A Função Distribuição de Probabilidade para o Sinal 105
8.3 A Função Distribuição de Probabilidade para o *Background* 106
8.4 O Procedimento de Ajuste 107
8.5 Teste do Algoritmo de Ajuste 108
8.6 Teste do Modelo para Eficiência e Resolução com Amostra de MC791 . . 111
8.7 Avaliando a Qualidade do Ajuste 113

9 Resultados para a Parametrização Convencional 115
9.1 O Estudo das Contribuições ao Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 115
9.2 Estimativa dos Erros Sistemáticos 123
9.2.1 Erros Sistemáticos Tipo I: Divisões da Amostra Total 123
9.2.2 Erros Sistemáticos Tipo II: Variações no Modelo de Ajuste 127
9.2.3 A Estimativa Total para os Erros Sistemáticos 130

10 O Estudo Experimental da Contribuição Não-Ressonante 131
10.1 Amplitude do Modelo de Fatorização 131
10.2 Variações ao Modelo de Fatorização 135
10.3 Função Genérica 143
10.4 Modelo NR3 e Erros Sistemáticos 144

11 Conclusões 148

A A Participação no Experimento E831 152
A.1 Descrição do Experimento 152
A.2 As Atividades no Experimento 155

A.2.1 O Calorímetro Eletromagnético Externo 155
A.2.2 O Trabalho Realizado para o Detetor OE 156

B Violação de CP e Dalitz Plot **158**

B.1 A Violação de CP no Modelo Padrão 158
B.2 O Uso do Dalitz Plot para Medir o Ângulo γ 160

Lista de Figuras

2.1 Os diagramas possíveis em primeira ordem para o decaimento de um méson charmoso: (a) emissão externa de W; (b) emissão interna de W; (c) aniquilação de W; (d) troca de W. 7

2.2 O limite do Dalitz Plot para o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 11

3.1 Representação para os decaimentos ressonante e não-ressonante do méson D em três mésons P_1, P_2 e P_3 no estado final. 13

3.2 As possíveis contribuições ressonantes ao decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Uma amplitude constante é mostrada como referência. 19

3.3 Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ com contribuições dos estados NR e $\bar{K}^*(890)\pi^+$ com diferentes fases relativas. 21

4.1 Os dois diagramas que contribuem ao decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ de acordo com o modelo de fatorização e hamiltoniana fraca efetiva. 27

4.2 O Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ obtido por $|\mathcal{M}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+}|^2$ como encontrado via modelo de fatorização e hamiltoniana fraca efetiva. . 30

4.3 Os diagramas que contribuem ao decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$. 33

4.4 O Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$ via modelo de fatorização e hamiltoniana fraca efetiva. 35

4.5 A distribuição de eventos de $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$ para a massa invariante $m^2_{\bar{K}^0\pi^0}$ segundo modelo de fatorização. 35

4.6 A distribuição de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ para a massa invariante $m^2_{K^-\pi^+}$ segundo fatorização. 37

4.7 O diagrama de aniquilação para o decaimento NR $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ 38

5.1 Visão esquemática do conjunto de aceleradores e diferentes linhas de feixe. 42
5.2 O espectrômetro. 45
5.3 Seção reta de um plano do SMD. 46
5.4 Configuração dos planos SMD na E791. 47
5.5 Esquema de uma PWC típica. 48
5.6 Orientação dos planos de câmaras de arrasto. 49
5.7 Arranjo dos espelhos de C1 e C2. 51
5.8 Número de fótons emitidos por unidade de comprimento do contador em função do *momentum* da partícula. 54
5.9 Visão em perspectiva do SLIC. 56
5.10 Seção do SLIC mostrando as corrugações em seu interior. 57
5.11 O Calorímetro hadrônico. 58
5.12 Visão frontal do bloco X. 60
5.13 Visão frontal do bloco Y. 60
5.14 Esquema dos cintiladores responsáveis pelo pré-*trigger*. 62
5.15 Componentes do Sistema de Aquisição de Dados da E791. 64

6.1 Representação de um evento típico reconstruído da E791 na região dos alvos. 67
6.2 Distribuição da variável CPRB2(4), a probabilidade de um traço ser um káon. 71
6.3 Sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ após passar pela seleção da *Strip* da E791. Corresponde a cerca de 15% do total da amostra. 72
6.4 Sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ após passar pelos cortes a nível de *N-upla*. . . . 75
6.5 Sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ após passar pelos cortes a nível de *N-upla* e corte de identificação para o káon. Corresponde à amostra final. 76
6.6 Sinal de MC791 de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$ após passar por todos os cortes, incluíndo identificação para o káon. 78

7.1 Eventos de MC791 de $D^+ \to K^-K^+\pi^+$ e de $D^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ no espectro $K\pi\pi$ 82

7.2 Eventos MC791 de $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$ projetados no especto de massa $K\pi\pi$. 83
7.3 Distribuição de eventos de MC791 de $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot. . 83
7.4 Eventos MC791 de (a) $D_s \to \bar{K}^*(890)K^+$ e (b) $D_s \to \phi(1020)\pi^+$ projetados no especto de massa $K\pi\pi$ 85
7.5 (a) Massa Invariante KK para os traços 1 e 2 – $m(K_1K_2)$ – com a exigência de $m(K_1K_2\pi_3)$ na região de massa $1,97 \pm 0,04$ GeV; (b) o mesmo, pela troca $2 \leftrightarrow 3$: $m(K_1K_3)$, com $m(K_1\pi_2K_3)$ na região $1,97 \pm 0,04$. 86
7.6 Distribuição de eventos de MC791 de $D_s^+ \to \phi\pi^+$ no Dalitz Plot, para a região de massa $K\pi\pi$ de 1,85 a 1,89 GeV. 87
7.7 Distribuição de eventos de MC791 de $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ no Dalitz Plot, para a região de massa $K\pi\pi$ de 1,85 a 1,89 GeV. 88
7.8 Distribuição de eventos no Dalitz Plot nas regiões laterais à região de massa do D^+: (a) de 1,78 a 1,82 GeV; (b) de 1,92 a 1,96 GeV. 89
7.9 Função de ajuste do espectro $K\pi\pi$ 92
7.10 Distribuição de eventos da amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot; também mostrado em lego no detalhe. 94
7.11 Projeção do Dalitz Plot para a amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ nas três variáveis: $m^2_{K\pi(baixa)}$, $m^2_{K\pi(alta)}$, $m^2_{\pi\pi}$ 95
7.12 O limite do Dalitz Plot para diferentes valores da massa do D. 96
7.13 Dalitz Plot de Mini-MC do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ (sem dinâmica) com efeito de resolução. 97
7.14 Largura original (linha sólida) e medida (pontos) de uma amostra de MC791 de $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$ 98
7.15 (a) Distribuição de eventos de MC791 de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$ no Dalitz Plot; (b) Mini-MC de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$, com simulação do efeito de resolução de massa. Ambas as distribuições, mostradas em duas perspectivas, apresentam efeitos devido à binagem finita nas bordas. 99
7.16 Distribuição da eficiência de eventos de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$ no Dalitz Plot, mostrada em duas perspectivas. 100

8.1 Distribuição dos parâmetros ajustados usando 1.000 amostras de mini-MC, cada uma composta de 2.000 eventos. 110
8.2 Amostra de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot "dobrado" (nas variáveis $m^2_{K\pi(baixa)}$ e $m^2_{K\pi(alta)}$) e *bins* para o cálculo de χ^2. 114

9.1 Distribuição de χ^2 para o Modelo PC1. Sinal negativo é atribuído quando o número de eventos preditos pelo modelo é maior que o número de eventos observados. Não são mostrados valores de χ^2 menores que a unidade. . . . 117
9.2 Projeções do Dalitz Plot para o Modelo PC1. Os pontos com barras de erros representam os dados e a linha sólida corresponde ao modelo. 118
9.3 Distribuição de χ^2 para o Modelo PC2. 121
9.4 Projeções do Dalitz Plot para o Modelo PC2. 122
9.5 Ajustes do espectro de massa $K\pi\pi$ para as amostras de D^+ e D^-. 126

10.1 Distribuição de χ^2 para o Modelo NR1. 133
10.2 Projeções do Dalitz Plot para o Modelo NR1. 134
10.3 Distribuição de χ^2 para o Modelo NR3. 138
10.4 Projeções do Dalitz Plot para o Modelo NR3. 139
10.5 Forma da contribuição NR isolada de acordo com o Modelo NR3. 140
10.6 Contribuições diretas e de interferência para os termos da amplitude NR de acordo com o Modelo NR3. 141
10.7 Distribuição de χ^2 para o Modelo NR5. 145
10.8 Projeções do Dalitz Plot para o Modelo NR5. 146
10.9 Forma da contribuição NR isolada de acordo com o Modelo NR5. 147

A.1 O Espectrômetro da E831 154

Lista de Tabelas

3.1 Fatores de Forma de Blatt-Weisskopf. 16

3.2 Características de ressonâncias K^*, segundo o PDG. 17

3.3 Resultados da E687 para a análise de Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. O primeiro erro é estatístico, o segundo é sistemático e o terceiro representa incertezas na forma das ressonâncias. 23

5.1 Configuração das 5 folhas de alvo. 43

5.2 Propriedades dos Contadores Čerenkov. 52

5.3 Intervalos de *momentum* para os quais os detetores Čerenkov podem discriminar entre píons, káons e prótons. 53

5.4 Probabilidades *a priori* para cada partícula em um evento típico da E791. 54

6.1 Número de eventos reconstruídos nas diferentes instituições. 66

6.2 Comparação da quantidade de dados processados na E791 com diversas experiências realizadas em anel de colisão. 66

7.1 Parâmetros obtidos pelo ajuste das reflexões $D_s^+ \to \phi\pi^+$ e $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ no espectro $K\pi\pi$ 85

7.2 Valores obtidos para os parâmetros representando o sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ 91

8.1 Comparação entre valores dos parâmetros gerados (mini-MC) e seus valores médios obtidos pelo procedimento de ajuste. 109

8.2 Valores dos coeficentes a_j gerados via MC791 e obtidos pelo ajuste. 112

8.3 Valores das fases δ_j geradas via MC791 e obtidas pelo ajuste. 112

9.1 Resultados do ajuste de Dalitz Plot com a presença dos estados NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ (Modelo PC1). 116
9.2 Resultados do ajuste de Dalitz Plot com a inclusão de todas as possíveis ressonâncias K^*. 119
9.3 Resultados do ajuste de Dalitz Plot com a presença dos canais NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$, $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ (Modelo PC2). 120
9.4 Resultados do Ajuste para as amostras de D^+ and D^- separadamente. . . 125
9.5 Erros sistemáticos tipo I para fracões e fases. 127
9.6 Erros sistemáticos tipo II para fracões e fases. 129
9.7 Resultados do ajuste de Dalitz Plot para o Modelo PC2 com erros sistemáticos. 130

10.1 Resultados do ajuste para o Modelo NR1: modelo de fatorização para a amplitude NR. 132
10.2 Resultados do ajuste para o Modelo NR2: modelo de fatorização para a amplitude NR tomando os termos de spin 0 e spin 1 de maneira independente.136
10.3 Resultados do ajuste para o Modelo NR3: modelo de fatorização para a amplitude NR tomando os termos de spin 0 e spin 1 de maneira independente e incluindo um termo constante. 140
10.4 Resultados do ajuste para o Modelo NR4: Extensão do Modelo NR3 permitindo que a fase da amplitude NR varie linearmente com as variáveis de Dalitz Plot. 142
10.5 Resultados do ajuste para o Modelo NR5: Amplitude NR dada pela equação 10.8. 144
10.6 Resultados do ajuste para o Modelo NR3 incluíndo erros sistemáticos. . . 147

B.1 Resultados do ajuste para simulação de $B^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$. 163
B.2 Resultados do ajuste para simulação de $B^- \to \pi^+\pi^-\pi^-$. 163

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas duas décadas muita atenção tem sido colocada na física do quark charme. Por um lado, diversos experimentos foram e estão sendo realizados, dedicados a estudar produção e decaimento das partículas charmosas. Por outro lado, grandes esforços também têm sido feitos a nível teórico.

As partículas charmosas, com massas em torno de 2 GeV, têm como característica estarem em uma região de QCD semi-perturbativa. Como sabemos, efeitos não perturbativos representam uma das maiores dificuldades no estudo das interações fortes. Neste sentido, estas partículas, em especial através de de seus decaimentos *hadrônicos* fracos, representam um ótimo laboratório para o estudo das interações fracas na presença das interações fortes.

Duas características importantes dos decaimentos hadrônicos são a grande diversidade de modos de decaimento e a pequena multiplicidade. Em particular, estes decaimentos se dão predominantemente em dois corpos [1], que muitas vezes representam estados ressonantes intermediários. Assim sendo, o estado final observado pode ser o produto de uma cadeia onde as ressonâncias produzidas decaem por interações fortes.

No caso particular de decaimentos dos mésons D em três partículas no estado final, os estados intermediários de dois corpos parecem dominar amplamente. A dinâmica de formação do estado final estará, portanto, fortemente vinculada à dinâmica do decaimento ressonante forte, representada através de uma função Breit-Wigner (caracterizada pela massa e largura da ressonância).

O decaimento direto a três corpos, chamado decaimento *não-ressonante* (NR), é, neste sentido, bastante interessante por não apresentar, de forma evidente, uma correlação explícita entre as partículas no estado final. Este tipo de decaimento pode, portanto, ser uma boa fonte para o estudo da dinâmica da interação fraca, responsável pelo decaimento, junto à interação forte, responsável pela hadronização.

O estudo experimental de contribuições de estados ressonantes é feito através da técnica de análise de amplitudes. No caso de estados finais com três corpos, esta análise consiste no ajuste do chamado Dalitz Plot[1]. Neste tipo de análise, as amplitudes para os diversos sub-canais de decaimento são parametrizadas, de modo a fazer um ajuste aos dados experimentais e obter as frações de decaimento para cada sub-canal. Em particular, usualmente a amplitude NR é tratada como *constante* ao longo do Dalitz Plot: admite-se que esta não apresenta dependência nas variáveis cinemáticas do decaimento.

Esta última hipótese, apesar de amplamente aceita, deveria ser questionada. Seria natural esperar que manifestações da interação fraca que origina o decaimento NR devessem ser observadas. Como a distribuição dos eventos no Dalitz Plot é o produto da superposição de todas as amplitudes individuais, uma incorreta parametrização da contribuição NR deve afetar os resultados para todos os sub-canais. De fato, se a amplitude NR apresenta alguma dependência dinâmica e isto não é considerado no modelo, é razoável supor que a técnica de ajuste aos dados vai buscar compensar, ainda que parcialmente, através das outras amplitudes presentes no modelo.

O objetivo desta tese é o estudo da amplitude NR. Queremos questionar a hipótese usualmente feita de que os efeitos da interação fraca são completamente mascarados pela interação forte. Além das considerações feitas acima, estamos motivados também pelo fato de que resultados experimentais mais recentes para análises de Dalitz Plot de decaimentos dos mésons D [2, 3] não reportam boas qualidades de ajuste entre modelo e dados. Em particular, o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ [2] é o que apresenta maior discrepância [2], ao mesmo tempo que apresenta uma grande componente NR (fato incomum quando

[1] Como veremos, o Dalitz Plot representa o espaço de fase de uma reação com três partículas sem spin no estado final.

[2] Quando fazemos referência a um decaimento, o decaimento conjugado de carga está implícito a menos que se diga explicitamente o contrário.

comparado a outros decaimentos charmosos). Isto pode estar indicando que o uso de uma amplitude constante para o canal NR é inadequado e pode ser responsável, mesmo que não totalmente, pela má qualidade do ajuste.

Devido à sua grande fração NR, o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ é, de fato, o mais indicado para estudar a amplitude NR. Além disto, é o mais abundante decaimento não-leptônico do méson D^+ em três partículas carregadas, o que favorece este estudo em relação à estatística.

Neste trabalho vamos abordar o decaimento NR tanto do ponto de vista fenomenológico como experimental. Por um lado, a amplitude NR para o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ é estudada através de um modelo efetivo, baseado na idéia de fatorização para as correntes hadrônicas. Estendemos este estudo também para outros canais não-ressonantes.

Por outro lado, fazemos a análise de Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ usando os dados da E791, um experimento voltado para a física do charme, que coletou sua amostra em 1991-1992 no Fermilab (USA) a partir de colisões π-núcleon. A análise de Dalitz Plot é feita, inicialmente, empregando o modelo convencional, ou seja, tomando a amplitude NR constante. A partir daí, estudamos experimentalmente a amplitude NR de acordo com as idéias fenomenológicas desenvolvidas.

Esta tese foi organizada como descrito a seguir.

No Capítulo 2, fazemos uma revisão de aspectos fenomenológicos dos decaimentos hadrônicos dos mésons D e introduzimos o conceito de Dalitz Plot. No Capítulo 3, apresentamos a técnica usual de análise de Dalitz Plot com as representações para as amplitudes ressonantes. Também fazemos uma revisão dos resultados experimentais obtidos anteriormente para o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

No Capítulo 4, fazemos um estudo fenomenológico da amplitude NR para o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Estendemos este estudo para outros dois canais, como forma de abordar possíveis consequências de uma indevida parametrização da amplitude NR.

Nos capítulos subsequentes, nos dedicamos ao estudo experimental. Descrevemos o experimento E791 no Capítulo 5 e o processo de seleção da amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Capítulo 6. A parametrização do espectro de massa $K\pi\pi$ e o estudo das fontes de

background são apresentados no Capítulo 7. Nos dedicamos à metodologia usada na análise experimental do Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Capítulo 8.

No Capítulo 9, apresentamos nossos resultados para o estudo do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ utilizando a abordagem convencional de amplitude não-ressonante constante e comparamos com resultados de experimentos anteriores. O Capítulo 10 está então dedicado ao estudo experimental da amplitude não-ressonante.

Apresentamos nossas conclusões no Capítulo 11. Dois apêndices ao final do texto completam este trabalho. O Apêndice A descreve o trabalho de *hardware* e *software* realizado para o experimento E831 (FOCUS), também dedicado à física do charme. Apesar de desvinculado do tema central desta tese, tal trabalho foi de fundamental importância como fonte de entendimento e formação na área de Física de Altas Energias Experimental. No Apêndice B, descrevemos um trabalho onde aplicamos a técnica de Dalitz Plot à medição de violação de carga-paridade no Modelo Padrão.

Capítulo 2

Decaimentos Hadrônicos e Dalitz Plot

Neste capítulo, vamos descrever aspectos gerais dos decaimentos não-leptônicos do méson D. Tais decaimentos são bastante difíceis de serem tratados teoricamente, devido à presença de interações fortes junto à interação fraca responsável pelos decaimentos em si. Existem vários modelos fenomenológicos que tentam explicar estes processos, aos quais acredita-se estar associada a diferença de vida média dos mésons $D^{\pm}$ e D^0.

Veremos como os decaimentos hadrônicos em três corpos, apesar de sua complexidade, podem ser estudados a partir de uma importante técnica chamada Análise de **Dalitz Plot**.

2.1 Decaimentos Hadrônicos do Méson D

Como sabemos, o Modelo Padrão descreve com bastante sucesso as interações fracas entre partículas elementares através da troca de bósons mediadores ($W^{\pm}, Z^0$). Para desintegrações de quarks livres onde $m_q \ll m_W$ (baixas energias comparadas à massa do W), pode-se escrever a amplitude efetiva por um produto de correntes da seguinte forma

$$\mathcal{A} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{q_1 q_2} V_{q_3 q_4} J^{\mu} J_{\mu} \tag{2.1}$$

onde $V_{qq'}$ são os elementos da matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) e G_F é uma constante de acoplamento efetiva, chamada constante de Fermi.

Entretanto, o Modelo Padrão não consegue descrever adequadamente as interações fracas entre partículas compostas (mésons e bárions) devido à presença da interação forte. Para tentar descrever alguns destes processos, modelos fenomenológicos têm sido formulados a partir das observações experimentais.

2.1.1 Modelos Fenomenológicos: Diagramas Espectadores e Não-espectadores

Em primeira ordem, poderíamos separar quatro mecanismos pelos quais os mésons charmosos podem decair. Estes estão mostrados na figura 2.1 e são discutidos brevemente nesta seção.

Os dois primeiros diagramas (figuras 2.1 (a) e (b)) se caracterizam pela emissão de W: para o diagrama 2.1(a) se dá a chamada *emissão externa de W*, enquanto para o diagrama 2.1(b) temos a *emissão interna de W*. A diferença entre estes é a supressão de cor do segundo em relação ao primeiro: quark e antiquark produzidos devem ter seu estado de cor definido de maneira a formar hádrons neutros de cor no estado final. Numa contagem simplificada, esta supressão seria de um fator três na amplitude do diagrama (b) comparado ao (a). O chamado *Modelo Espectador* consiste em tratar o quark charme como uma partícula quase livre dentro do méson D para os diagramas de emissão de W. Desta forma, estes decaimentos ocorreriam sem efeitos associados ao quark leve ($\bar{u}$, $\bar{d}$ ou $\bar{s}$), que atuaria apenas como espectador, participando mais adiante do processo de hadronização.

Os diagramas 2.1(c) e 2.1(d), neste modelo, são chamados "não-espectadores", já que ambos os quarks do estado inicial participam do decaimento fraco. O diagrama (c) representa o processo de *aniquilação de W*, enquanto que o diagrama (d) é um processo de *troca de W*. Aqui também aparece uma supressão do diagrama (d) em relação ao (c) devido à restrição do estado de cor do primeiro.

Numa primeira abordagem, o processo dominante de decaimento deveria ser o espectador (e, dentro dele, o de emissão externa estaria favorecido). Esta conclusão é devida ao fato de os decaimentos de emissão (c) e troca de W (d) serem suprimidos por helicidade e, além disto, nestes processos é necessária uma sobreposição das funções de onda dos quarks no estado inicial. Sendo o processo espectador o dominante, as vidas médias dos mésons $D^{\pm}$, D^0 e $D_s^{\pm}$ deveriam ser iguais ou bastante próximas (já que estes mésons se diferenciam apenas pelo quark leve) e obtidas de maneira análoga ao decaimento do

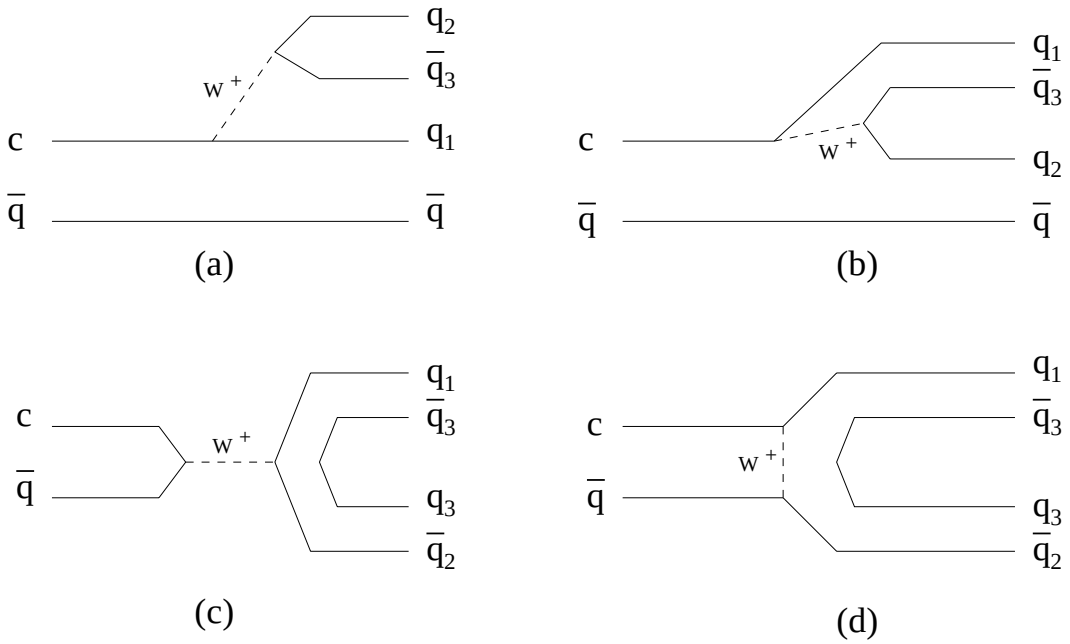

Figura 2.1: Os diagramas possíveis em primeira ordem para o decaimento de um méson charmoso: (a) emissão externa de W; (b) emissão interna de W; (c) aniquilação de W; (d) troca de W.

múon:

$$\tau_{D^+} = \tau_{D^0} = \tau_{D_s} = 5\frac{G_F^2 m_c^5}{192\pi^3} \approx 10^{-12} s \tag{2.2}$$

Experimentalmente observa-se, entretanto, $\tau_{D^+} \simeq 1 \times 10^{-12} s \approx 2,5\ \tau_{D^0} \approx 2,5\ \tau_{D_s}$ [1]. Visto que as larguras parciais para os decaimentos semi-leptônicos destes mésons são compatíveis dentro dos erros experimentais, tudo indica que a origem da diferença das vidas médias tem origem nos decaimentos não-leptônicos.

Assim sendo, o Modelo Espectador, que prevê uma ampla dominância para os diagramas de emissão de W, se mostra por demais simplificado, levando à necessidade de buscar outros mecanismos que possam melhor representar os decaimentos não-leptônicos.

2.1.2 Fatorização e a Hamiltoniana Fraca Efetiva

Um tratamento quantitativo para os decaimentos não-leptônicos em dois corpos do méson D parte de uma formulação efetiva, que busca descrever tais processos mantendo uma estrutura corrente-corrente (como apresentada na equação 2.1 para quarks) para os mésons. Em outras palavras, os mésons envolvidos passam a ser representados por correntes hadrônicas efetivas.

A hipótese em que se baseia esta formulação é a de que a amplitude de decaimento de um méson D, $D \to h_1 h_2$, pode ser aproximada por uma *fatorização* em termos de um par de amplitudes mais simples, tal como sugerido no fim da década de 70 por Fakirov e Stech [4] e Cabibbo e Maiani [5].

Para utilizar tal abordagem, parte-se primeiramente de um modelo para a hamiltoniana fraca efetiva a nível partônico, onde são incluídos efeitos de curta distância devidos à presença de interações fortes (troca de glúons duros). Para decaimentos não-leptônicos favorecidos por Cabibbo[1], esta hamiltoniana é escrita como [6, 7]:

$$\mathcal{H}_{\rm ef} \;=\; \frac{G_F}{\sqrt{2}}\, V_{cs}^* V_{ud}\, \{c_1 O_1 \;+\; c_2 O_2\} \tag{2.3}$$

onde

$$\begin{aligned} O_1 \quad &= \quad [(\bar{u}d)_L (\bar{s}c)_L] \\ O_2 \quad &= \quad [(\bar{u}c)_L (\bar{s}d)_L] \; . \end{aligned} \tag{2.4}$$

Na equação acima $(\bar{q}q')_L \equiv \bar{q}\gamma_\mu(1-\gamma_5)q'$ são as correntes hadrônicas de mão-esquerda e os coeficientes $c_{1,2}$ determinam a influência das interações fortes no regime de QCD perturbativa, podendo, portanto, ser calculados; na ausência de correções de QCD, $c_2 = 0$. O_1 corresponde ao decaimento usual via corrente carregada que descreve a transição $c \to s$. O_2 pode ser entendido como uma corrente neutra efetiva, descrevendo a transição $c \to u$.

A aplicação da fatorização a processos descritos pela hamiltoniana efetiva acima foi usada, seguindo a mesma linha de trabalhos anteriores [4, 5], em meados da década de 80, por Bauer, Stech e Wirbel (BSW) [8] para descrever uma grande quantidade de decaimentos não-leptônicos do méson D. Neste modelo, o decaimento $D^+ \to \bar{K}^* \pi^+$, por exemplo, é descrito através do seguinte elemento de matriz:

$$\begin{aligned} \langle \bar{K}^* \pi^+ | \mathcal{H}_{\rm ef} | D^+ \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} \qquad & [\; a_1 \langle \pi^+ | (\bar{u}d)_L | 0 \rangle \langle \bar{K}^* | (\bar{s}c)_L | D^+ \rangle \\ & + a_2 \langle \bar{K}^* \pi^+ | (\bar{s}d)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{u}c)_L | D^+ \rangle \;] \; . \end{aligned} \tag{2.5}$$

[1] A formulação é análoga para decaimentos suprimidos por Cabibbo.

As quantidades a_1 e a_2, via QCD perturbativa, estariam relacionadas aos coeficientes c_1 e c_2 anteriores. Entretanto, no modelo BSW foram deixadas como parâmetros livres para serem determinadas por ajuste aos dados experimentais. De tal maneira, tais parâmetros poderiam incluir efeitos de longa distância, como interações de estado final e re-espalhamento (em outras palavras, o modelo admite que tais efeitos podem ser absorvidos por a_1 e a_2, apesar de não existir nenhuma razão que fundamente isto).

O termo de corrente carregada, proporcional a a_1, é responsável por decaimentos do tipo $D^0 \to M_1^{\pm} M_2^{\mp}$ e $D^+ \to M_1^+ M_2^0$. O termo de corrente neutra, proporcional a a_2, é responsável por decaimentos do tipo $D^0 \to M_1^0 M_2^0$ e $D^+ \to M_1^+ M_2^0$. Analisando diversos processos exclusivos dos tipos acima, é possível, portanto, a determinação experimental de a_1 e a_2. Note-se, em particular, que decaimentos do D^+ recebem contribuição de ambos os termos. No trabalho de BSW [8], obteve-se:

$$a_1 \simeq 1,3 \pm 0,1 \qquad a_2 \simeq -0,55 \pm 0,1 \tag{2.6}$$

Como a_2 é negativo, o modelo BSW prevê uma interferência destrutiva para decaimentos do D^+ e portanto menores larguras parciais. Prediz, então, $\tau_{D^+} > \tau_{D^0}$.

Com novas e melhores medidas para decaimentos não-leptônicos exclusivos, o modelo BSW já não é suficiente para descrever todos os dados. Modelos mais recentes [9], buscam incorporar ao modelo de BSW efeitos não-fatorizáveis, como importantes correções de re-espalhamento no estado final.

2.2 Decaimentos em Três Corpos: Dalitz Plot

Vamos descrever aqui os fundamentos gerais da cinemática de decaimento de uma partícula sem spin em um estado final composto de três outras partículas sem spin. Veremos, mais adiante, que os conceitos aqui apresentados são de grande importância para o estudo de decaimentos hadrônicos em três corpos.

Em princípio, existiriam nove graus de liberdade para descrever este tipo decaimento, correspondendo aos três tri-*momenta* das partículas no estado final. Entretanto, há quatro equações de conservação de energia-*momentum*. Soma-se ainda o fato de que o decaimento

é isotrópico (no referencial de repouso da partícula que decai) e portanto o estado final não pode depender dos três ângulos que descrevem a sua orientação. Restam, então, apenas duas variáveis independentes para descrever este decaimento.

Seja o processo $P(p) \rightarrow P_1(p_1)+P_2(p_2)+P_3(p_3)$, onde p é o 4-*momentum* da partícula P de massa M que decai e p_i os 4-*momenta* das partículas P_i de massas m_i produzidas. Definimos os invariantes:

$$\begin{aligned} m_{12}^2 &= (p_1+p_2)^2 \\ m_{13}^2 &= (p_1+p_3)^2 \\ m_{23}^2 &= (p_2+p_3)^2 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Usando conservação de 4-*momentum*, é fácil mostrar que estas quantidades se relacionam da seguinte maneira:

$$M^2+m_1^2+m_2^2+m_3^2 = m_{12}^2+m_{13}^2+m_{23}^2 \tag{2.8}$$

O chamado **Dalitz Plot** [10] é um gráfico bidimensional que representa a região física em que se processa o decaimento (espaço de fase) e que está definida em termos de qualquer par dos invariantes acima ou quaisquer duas variáveis relacionadas àqueles através de uma transformação linear com jacobiano constante (por exemplo, um par de energias E_i no centro de massa de M ou um par de energias cinéticas).

Sejam m_{12}^2 e m_{13}^2 as variáveis escolhidas para descrever o processo[2]. Os limites cinemáticos do Dalitz Plot estão dados por [11]:

$$\begin{aligned} {m_{13}^2}^{\pm} &= m_1^2+m_3^2-\frac{1}{2m_{12}^2}\{(m_{12}^2-M^2+m_3^2)(m_{12}^2+m_1^2-m_2^2) \\ &\mp \lambda^{\frac{1}{2}}(m_{12}^2,M,m_3^2)\lambda^{\frac{1}{2}}(m_{12}^2,m_1^2,m_2^2)\}\ , \end{aligned} \tag{2.9}$$

onde introduzimos a função triangular $\lambda(x,y,z) = x^2+y^2+z^2-2xy-2xz-2yz$. A equação acima implica ainda que os limites absolutos das variáveis m_{12}^2 e m_{13}^2 são:

$$\begin{aligned} (m_1^2+m_2^2) \leq\ & m_{12}^2 \ \leq (M-m_3)^2 \\ (m_1^2+m_3^2) \leq\ & m_{13}^2 \ \leq (M-m_2)^2\ . \end{aligned} \tag{2.10}$$

[2]De aqui em diante, por convenção nos referiremos sempre ao Dalitz Plot como sendo aquele definido pelas variáveis m_{12}^2 e m_{13}^2.

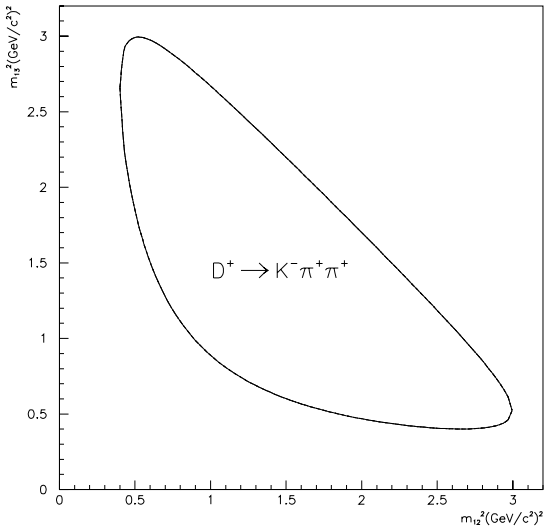

Figura 2.2: O limite do Dalitz Plot para o decaimento $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$.

Na figura 2.2 mostramos o limite do Dalitz Plot para o decaimento $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$. Ao káon chamamos partícula 1 enquanto os dois píons são as partículas 2 e 3. Portanto, este Dalitz Plot corresponde às massas invariantes quadradas das duas combinações $K\pi$. A área dentro da curva (obtida através das equações 2.9) corresponde ao espaço de fase disponível para a reação.

A expressão para a taxa de decaimento em termos de m_{12}^2 e m_{13}^2 está dada por[1]:

$$d, \;\; = \;\; \frac{1}{(2\pi)^3 32 M^3} \; |\mathcal{M}|^2 \; dm_{12}^2 dm_{13}^2 \tag{2.11}$$

onde $\mathcal{M}$ é a amplitude de decaimento. Como podemos ver, dado um valor de M, a densidade de eventos no Dalitz Plot é proporcional à amplitude quadrada: a dinâmica da reação é imediatamente aparente pela simples observação de uma distribuição não uniforme no espaço de fase. Esta é uma grande vantagem do uso do Dalitz Plot no estudo de decaimentos em três corpos.

2.3 As Potencialidades da Análise de Dalitz Plot

A técnica de análise de Dalitz Plot tem sido amplamente explorada nas últimas décadas como ferramenta de estudo de decaimentos em três corpos.

As primeiras aplicações desta técnica foram feitas na década de 60 para medir o spin de mésons que decaíam a três mésons pseudo-escalares [3], como foi o caso dos mésons K^+ (a partir de $K^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$) e ω ($\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$). Admitia-se para tanto que a estrutura no Dalitz Plot era dominada pela amplitude de spin hadrônica [12].

O Dalitz Plot também é particularmente interessante para investigar a presença de estruturas ressonantes em um estado final de três corpos em reações nucleares. Exemplos típicos são processos como $\pi + p \to \pi + \pi + p$ e $K^- + p \to \pi^+ + \pi^- + \Lambda$.

Com a descoberta dos mésons D na década de 70, o Dalitz Plot começou a ser amplamente usado nos vários canais não-leptôncos em três corpos destes mésons. Através deste método, pode-se estudar os diferentes canais ressonantes e não-ressonante intermediários que geram o mesmo estado final. Como veremos detalhadamente no próximo capítulo, atribui-se a cada possível estado intermediário uma amplitude de decaimento, com um determinado peso, e permite-se a interferência entre todas as amplitudes. Fazendo um ajuste ao Dalitz Plot experimental, é possível, em princípio, determinar a contribuição de cada estado, bem como sua fase.

Uma interessante e nova aplicação do estudo do Dalitz Plot está relacionada ao estudo de violação de carga-paridade (CP). A violação de CP se expressa, por exemplo, ao determinar características diferentes para os decaimentos de partícula e anti-partícula. Isto se manisfesta, em particular, quando se observam diferentes razões de ramificação para um decaimento e seu conjugado de carga.

Dado que a análise de Dalitz Plot lida diretamente com as amplitudes e fases de cada estado intermediário, fazer tal análise separadamente para um decaimento e seu conjugado permitiria estudar a violação de CP: um indício deste efeito seria a obtenção de fases e/ou amplitudes diferentes para partícula e anti-partícula. Uma interessante aplicação destas idéias é apresentada no Apêndice B, onde propomos um método para medir um importante parâmetro da violação de CP no Modelo Padrão.

[3] Apesar de na seção anterior termos apresentamos o caso do decaimento de um méson pseudo-escalar, o Dalitz Plot também pode ser usado para partículas com spin.

Capítulo 3

O Formalismo para a Análise de Dalitz Plot

Em geral, decaimentos não-leptônicos do méson D em três partículas no estado final podem receber contribuições de estados intermediários de dois corpos, além da desintegração direta em três corpos. Tais estados intermediários aparecem devido à formação de uma ressonância, que decai por interação forte. Devido a isto, são chamados decaimentos ressonantes, enquanto que a contribuição direta é chamada decaimento não-ressonante (NR). Uma representação dos dois tipos de decaimento é mostrada na figura 3.1.

Neste capítulo, vamos apresentar o formalismo que é comumente utilizado para a análise das sub-estruturas de decaimentos não-leptônicos em três mésons pseudo-escalares. Os conceitos aqui apresentados serão utilizados e/ou testados mais adiante nos capítulos 8, 9 e 10 na análise experimental do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ com os dados do experimento E791.

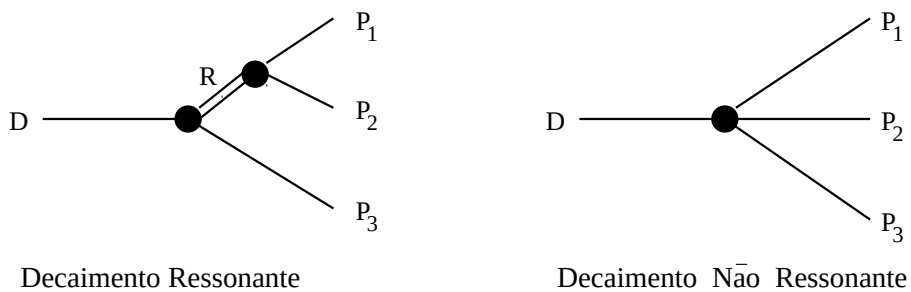

Figura 3.1: Representação para os decaimentos ressonante e não-ressonante do méson D em três mésons P_1, P_2 e P_3 no estado final.

3.1 Amplitudes para Decaimentos Ressonantes

Estamos interessados em descrever fenomenologicamente uma transição do tipo:

$$D \;\rightarrow\; R\,P_3 \quad ; \quad R \;\rightarrow\; P_1\,P_2 \;, \tag{3.1}$$

onde R representa a ressonância e P_i os mésons pseudo-escalares do estado final. Uma abordagem para esta transição é representá-la por uma sequência de processos independentes: o decaimento fraco $D \rightarrow RP_3$, a propagação de R e seu decaimento forte $R \rightarrow P_1P_2$. Assim sendo, poderia se escrever:

$$\mathcal{A}(D \rightarrow RP_3 \rightarrow (P_1P_2)P_3) = \mathcal{A}(D \rightarrow RP_3) \times BW_{R,12} \times \mathcal{A}(R \rightarrow P_1P_2) \tag{3.2}$$

Os termos $\mathcal{A}(D \rightarrow RP_3)$ e $\mathcal{A}(R \rightarrow P_1P_2)$ devem incorporar informações angulares (conservação de momento angular na transição) bem como quaisquer dependências na energia expressas na forma de fatores de forma. O propagador da ressonância é descrito através de uma função Breit-Wigner relativística $BW_{R,12}$, cuja forma apresentaremos mais adiante.

Antes de apresentar uma formulação mais geral para descrever a amplitude total de transição de forma covariante, e que descreva ressonâncias de qualquer spin, achamos ilustrativo fazer um exemplo específico para o caso de ressonâncias de spin 1.

3.1.1 Caso Particular: Ressonâncias Vetoriais

Queremos construir a amplitude de decaimento do processo dado na expressão 3.1 para o caso de R ser uma ressonância de spin 1. A amplitude para o decaimento $R \rightarrow P_1P_2$ deve ser construída a partir dos três 4-vetores disponíveis. Estes são os 4-*momenta* p_1^μ e p_2^μ e o vetor de polarização de R, $\epsilon^\mu(m, \vec{p}_R)$, onde $m = -1, 0, +1$ e $p_R = (p_1 + p_2)$. A amplitude deve ser linear na função de spin; como deve também ser um invariante de Lorentz, somente aparecem combinações do tipo $\epsilon \cdot p_1$ ou $\epsilon \cdot p_2$. Como ϵ_μ não tem componente temporal no sistema de repouso da ressonância , temos que $\epsilon_\mu p_R^\mu = 0$. Assim sendo, a amplitude é escrita como:

$$\mathcal{A}(R \rightarrow P_1P_2) \;=\; F_{R,12}\;\epsilon_\mu(p_R, m)\;(p_2 - p_1)^\mu \;, \tag{3.3}$$

onde $F_{R,12}$ é um fator de forma.

Consideremos agora a transição $D \to RP_3$. Neste caso o único 4-vetor que temos para contrair com ϵ^μ é p_3^μ. Desta forma, escrevemos a amplitude desta transição como sendo:

$$\mathcal{A}(D \to RP_3) \;=\; F_{D,RP_3}\; \epsilon_\nu(p_R, m)\; p_3^\nu \;, \tag{3.4}$$

onde F_{D,RP_3} é outro fator de forma. Tomando as expressões anteriores, substituindo na equação 3.2 e somando sobre m, obtemos:

$$\mathcal{A}(D \to RP_3 \to (P_1P_2)P_3) \;=\; F_{D,RP_3}F_{R,12} \sum_m \epsilon_\nu(p_R, m)\, \epsilon_\mu(p_R, m)\, p_3^\nu (p_2 - p_1)^\mu \times BW_{R,12} \;. \tag{3.5}$$

Para vetores de polarização, a seguinte relação é satisfeita:

$$\sum_m \epsilon^\mu(p_R, m)\; \epsilon^\nu(p_R, m) \;=\; -\,g^{\mu\nu} \;+\; \frac{p_R^\mu p_R^\nu}{p_R^2} \;=\; \mathbf{P}_1^{\mu\nu} \;, \tag{3.6}$$

onde $\mathbf{P}_1^{\mu\nu}$ é chamado operador de projeção de spin 1. No referencial de repouso de R, este operador é simplesmente:

$$\mathbf{P}_1^{ij} = \delta^{ij} \tag{3.7}$$

Desta forma, tomando a equação 3.5 no referencial de repouso de R e usando as relações 3.6 e 3.7 acima, encontramos:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(D \to RP_3 \to (P_1P_2)P_3) \;&=\; F_{D,RP_3}F_{R,12}\; \delta^{ij}\; p_3^i\; (p_2 - p_1)^j \;\times BW_{R,12} \\ &=\; F_{D,RP_3}F_{R,12}\; (-2\;\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3) \;\times BW_{R,12} \;, \end{aligned} \tag{3.8}$$

onde levamos em consideração que $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ neste referencial.

Spin J	Fator de Forma F_X
0	1
1	$\frac{1}{\sqrt{1+r^2p^{*2}}}$
2	$\frac{1}{\sqrt{9+3\ r^2p^{*2}+r^4p^{*4}}}$

Tabela 3.1: Fatores de Forma de Blatt-Weisskopf.

3.1.2 O Formalismo Geral

A descrição mais geral, que estabelece amplitudes de decaimento para ressonâncias com qualquer spin, foi elaborada por Zemach [13] fazendo uso de formalismo tensorial. Esta abordagem utiliza o mesmo tipo de desenvolvimento apresentado na seção anterior para chegar a [1]:

$$\mathcal{A}(D \to RP_3 \to (P_1P_2)P_3) \ = \ F_D F_R \ (-2|\vec{p}_1||\vec{p}_3|)^J \ P_J(\cos\theta_{13}) \times BW_{R,12} \ . \tag{3.9}$$

Na expressão acima, P_J é o polinômio de Legendre de ordem J, J é o spin da ressonância R e θ_{13} é o ângulo entre as partículas P_1 e P_3, que, como os *momenta* $\vec{p}_1$ e $\vec{p}_3$, está medido no referencial de repouso de R.

Os fatores de forma F_D e F_R são em geral tomados de acordo com a parametrização de Blatt e Weisskopf [14] e representam o efeito de penetração dos mésons necessário à interação. Suas formas estão dadas na tabela 3.1, onde p^* é o módulo do *momentum* dos (dois) mésons produzidos no referencial de repouso do méson que decai e o parâmetro r que aparece é uma medida do raio efetivo da interação. Valores obtidos anteriormente por ARGUS [15] indicam $r = 3 - 7$ GeV^{-1} para o méson D e $r = 0 - 3$ GeV^{-1} para ressonâncias K^*.

A Breit-Wigner relativística é dada por [16]:

$$BW_{R,12} = \frac{1}{m_0^2 - m_{12}^2 - im_0,} \ , \tag{3.10}$$

[1] Por simplicidade de notação, redefinimos $F_R \equiv F_{R,12}$ e $F_D \equiv F_{D,RP_3}$.

Ressonância	J^P	Massa m_0 (MeV)	Largura , $_0$ (MeV)	BR a $K\pi$ (%)
$K^*(890)$	1^-	$896,10 \pm 0,26$	$50,5 \pm 0,6$	~ 100
$K^*(1410)$	1^-	1414 ± 15	232 ± 21	$6,6 \pm 1,3$
$K_0^*(1430)$	0^+	1429 ± 6	287 ± 23	93 ± 10
$K_2^*(1430)$	2^+	$1432,4 \pm 1,3$	109 ± 5	$49,9 \pm 1,2$
$K^*(1680)$	1^-	1717 ± 27	322 ± 110	$37,7 \pm 2,5$
$K_3^*(1780)$	3^-	1776 ± 7	159 ± 21	$18,8 \pm 1,0$
$K_4^*(2045)$	4^+	2045 ± 9	198 ± 30	$9,9 \pm 1,2$

Tabela 3.2: Características de ressonâncias K^*, segundo o PDG.

onde m_0 é a massa nominal da ressonância e , é a largura dependente do *momentum* dada por

$$, = \frac{F_R^2(p^*)}{F_R^2(p_0^*)} \left(\frac{p^*}{p_0^*}\right)^{2J+1} \frac{m_0}{m_{12}}, _0 \ . \tag{3.11}$$

, $_0$ é a largura total de R e p_0^* é o valor que p^* assume para $m_{12} = m_0$.

3.2 A Análise de Dalitz Plot para o Decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$

O estado final do processo $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ pode ser produzido através do decaimento NR ou através de uma das várias ressonâncias K^* que decaiam a $K\pi$. Em princípio, não se pode afirmar se um determinado evento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ observado foi produzido por um ou outro processo; é fácil entender que cada um destes processos terá associada uma amplitude quântica de decaimento. O estado final é, portanto, o resultado da soma coerente de todas as amplitudes.

3.2.1 As Contribuições Ressonantes Possíveis

No caso do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, como dissemos, podem contribuir em princípio todas as ressonâncias K^* que tenham como canal de decaimento possível o estado final $K\pi$. Mostramos na tabela 3.2 quais são estas, de acordo com o PDG [1]. Algumas, como o $K^*(890)$ e $K_0^*(1430)$, estão muito bem medidas e com grande razão de ramificação [2] (BR) a $K\pi$.

[2]Usamos a sigla BR que vem do termo em inglês *branching ratio*.

Os possíveis estados ressonantes intermediários se apresentam de maneira bastante característica no Dalitz plot. De acordo com o modelo apresentado na seção anterior, podemos obter a forma de cada estado intermediário a partir da amplitude quadrada $|\mathcal{A}|^2$ dada na equação 3.9. As distribuições resultantes[3] estão mostradas na figura 3.2. Podemos notar a presença de linhas nodais para o caso de ressonância com spin: o número de nodos é igual ao spin da mesma. Também notamos que as ressonâncias com grande massa, por terem também grande largura, não se encontram restritas a regiões de alta massa, ocupando em geral grande parte do espaço de fase.

3.2.2 A Amplitude Total

Dado que o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ apresenta dois píons idênticos no estado final, a amplitude de decaimento deve ser simétrica em relação à troca de um pelo outro. Assim sendo, para cada estado ressonante, por exemplo, a amplitude dada em 3.9 é reescrita como:

$$\mathcal{A}_R \;=\; F_D F_R \; (-2|\vec{p}_1||\vec{p}_3|)^J \; P_J(\cos\theta_{13}) \times BW_{R,12} \;+\; (2 \leftrightarrow 3) \;, \tag{3.12}$$

onde fazemos a identificação $K^- = P_1$, $\pi_1^+ = P_2$, $\pi_2^+ = P_3$.

Vamos agora considerar a amplitude total de decaimento. Como mencionado anteriomente, esta deve ser construída a partir de todos os possíveis estados intermediários. Isto leva imediatamente à possibilidade de interferência entre eles. A amplitude mais geral deve, portanto, ser escrita como uma sobreposição coerente das várias amplitudes individuais, tanto ressonantes como não-ressonante. Para tanto, associamos à amplitude $\mathcal{A}_i$ de cada sub-canal um peso relativo real a_i, e uma fase δ_i. Escrevemos:

$$\mathcal{M}(D^+ \to K^-\pi^+\pi^+) = \sum_i \; a_i \; e^{i\delta_i} \; \mathcal{A}_i \;. \tag{3.13}$$

A representação da amplitude de decaimento como mostrada acima é, essencialmente, a mesma que se tem usado em análises de Dalitz Plot de decaimentos do méson D.

[3]Em realidade, tais distribuições já se encontram simetrizadas com respeito aos dois píons do estado final, como mostraremos explicitamente na próxima seção.

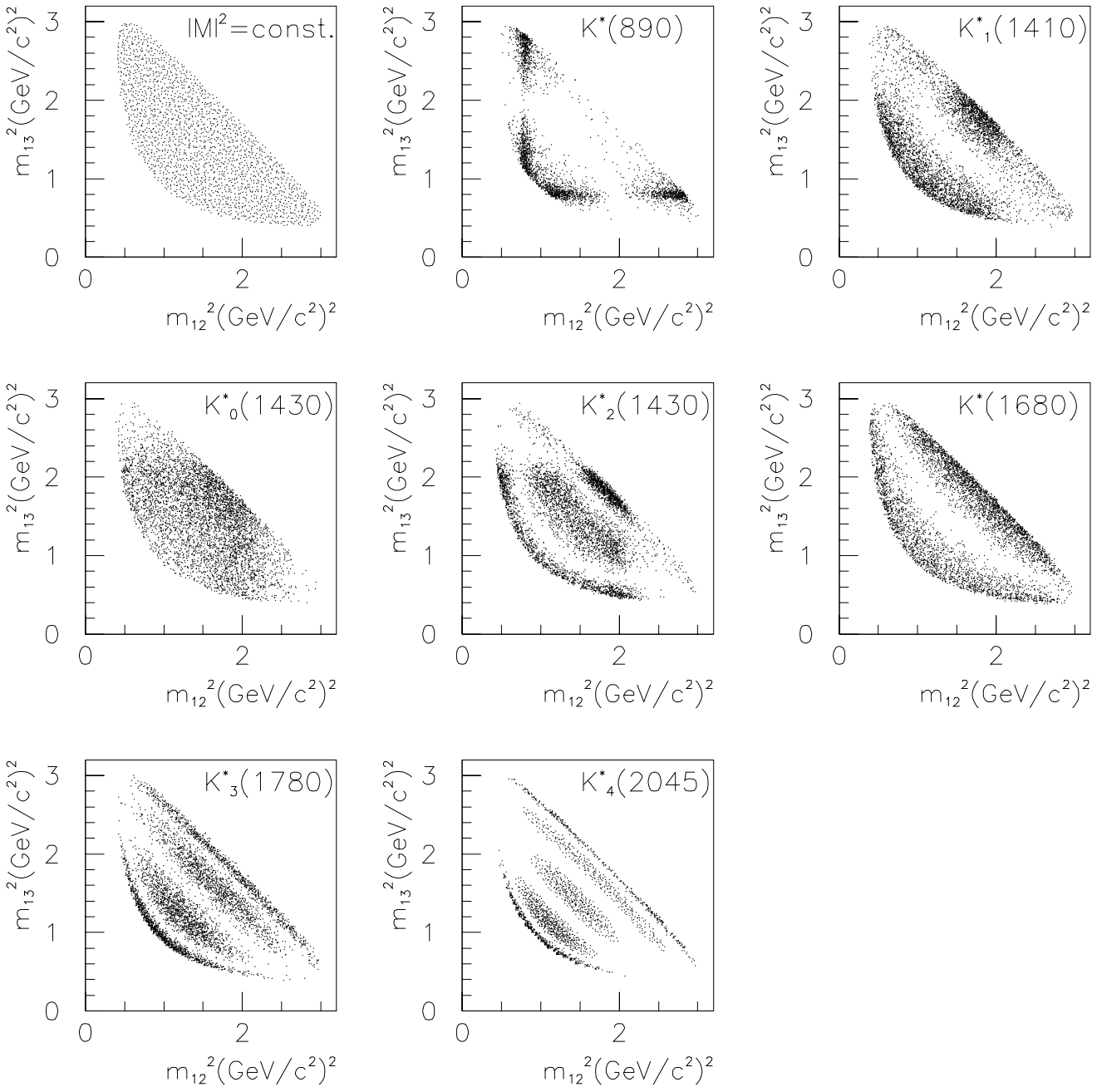

Figura 3.2: As possíveis contribuições ressonantes ao decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Uma amplitude constante é mostrada como referência.

Ainda assim, deve-se considerar que é, na verdade, uma aproximação fenomenológica à verdadeira amplitude de decaimento. Em particular, neste modelo estamos admitindo que tanto as fases δ_i como os coeficientes a_i são constantes, quando, em princípio, poderiam exibir alguma variação ao longo do Dalitz Plot.

A distribuição de eventos no Dalitz Plot, como vimos na equação 2.11, está dada pelo módulo quadrado da expressão 3.13; em outras palavras, a probabilidade de cada evento no espaço de fase é proporcional a:

$$\mathcal{P}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+} \propto \left|\mathcal{M}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+}\right|^2 . \tag{3.14}$$

O objetivo da análise de Dalitz Plot é encontrar os parâmetros a_i e δ_i da equação 3.13 através de um ajuste da função probabilidade $\mathcal{P}$ acima à distribuição experimental de eventos no espaço de fase.

Neste ponto, vale a pena estender-nos um pouco mais sobre a questão da interferência entre os possíveis sub-canais. Para decaimentos que não apresentem efeitos de violação de CP, como é o caso do canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, as possíveis fases relativas têm origem nos processos fortes presentes durante a formação e desintegração dos estados intermediários. A presença de fases, em geral, pode afetar muito a distribuição esperada para os diferentes canais. Para ilustrar este efeito, mostramos na figura 3.3 uma simulação do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot com a contribuição apenas dos estados NR (tomado como constante) e $\bar{K}^*(890)\pi^+$. Tomamos fases relativas de 0^o, 90^o e 180^o. Vemos como se modificam as bandas do canal $\bar{K}^*(890)\pi^+$ para estas diferentes configurações: para fase 0^o, o lobo inferior se espalha um pouco em direção ao centro, enquanto que o lobo superior se move em direção à borda; a situação inversa ocorre para fase de 180^o; já para fase 90^o o efeito é de uma supressão dos eventos na região dos lobos superiores e acúmulo nos inferiores. Além da diferença de fase explícita, estes efeitos têm relação com o fato de a função Breit-Wigner (que representa a ressonância) ser complexa, apresentando com isto, naturalmente, uma diferença de fase com a amplitude NR conforme a posição no Dalitz Plot.

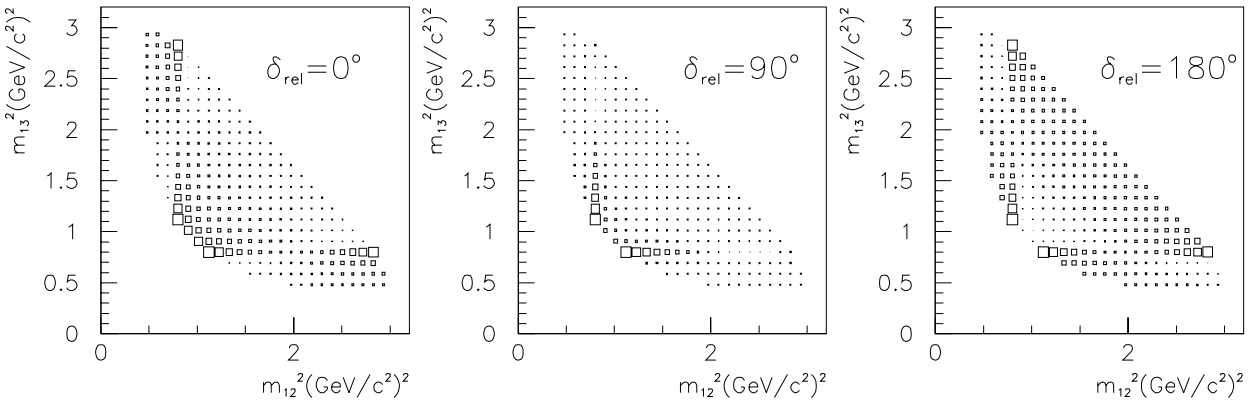

Figura 3.3: Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ com contribuições dos estados NR e $\bar{K}^*(890)\pi^+$ com diferentes fases relativas.

Devido à presença de interferências, é necessário ter cuidado na interpretação da probabilidade do estado final ser formado via um determinado sub-canal i. A esta probabilidade nos referimos como *fração de decaimento* de i (f_i). Esta é calculada convencionalmente tomando a razão da contribuição isolada de cada estado (como se não houvesse interferência) pela amplitude quadrada total, ambas integradas no espaço de fase:

$$f_i \;=\; \frac{\int dm_{12}^2 dm_{13}^2 \;|a_i e^{i\delta_i}\mathcal{A}_i|^2}{\int dm_{12}^2 dm_{13}^2 \;|\sum_j \; a_j e^{i\delta_j}\mathcal{A}_j|^2} \tag{3.15}$$

Ao contrário de uma probabilidade "convencional", temos em geral $\sum_i f_i \neq 1$ devido a efeitos de interferência.

Por último, resta uma breve discussão sobre a contribuição NR. Por não apresentar, em princípio, uma estrutura dominante à amplitude de transição (como é o caso das funções Breit-Wigner que contribuem à amplitude de decaimento), esta contribuição tem sido em geral tomada como uniforme no Dalitz Plot. Ou seja,

$$\mathcal{A}_{NR} = 1 \; . \tag{3.16}$$

No próximo capítulo, discutiremos a questão da contribuição NR a decaimentos charmosos e principalmente questionaremos a hipótese 3.16.

3.2.3 Resumo de Resultados Experimentais Anteriores para o Canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$

As primeiras análises experimentais de Dalitz Plot para o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ foram feitas há cerca de 20 anos [17, 18]. Devido à baixa estatística, nenhuma conclusão sobre estruturas ressonantes foi extraída naquela época.

A colaboração MARK III [19], em 1987, apresentou resultados que indicavam a presença do estado $\bar{K}^*(890)\pi^+$ e uma grande contribuição NR. Não havia indicação de nenhum outro estado ressonante, entretanto os dados não eram bem ajustados com apenas estas duas contribuições. Como solução foi sugerida a inclusão de uma componente NR não uniforme.

Com mais estatística, a colaboração E691 [20] em 1993 incluiu todas as possíveis ressonâncias $K\pi$ e encontrou contribuição para os canais $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$, além de uma forte componente NR.

A análise mais recente é do experimento E687 [2] (1994), com uma amostra de 8.800 eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Tal análise identifica as mesmas contribuições que a E691, com frações de decaimento compatíveis. Na tabela 3.3 mostramos os resultados obtidos pela E687. Novamente, o mais interessante resultado é a grande contribuição NR. Entretanto, a E687 reporta uma má qualidade para o ajuste obtido, onde encontram[4] $\chi^2/\text{dof} = 3{,}01$. A E687 conclui, com este resultado, que o modelo usado para descrever os mecanismos físicos responsáveis pelo decaimento não é totalmente adequado ou está incompleto.

[4] Aqui tomamos do inglês "dof" (*degrees of freedom*) para representar o número de graus de liberdade.

Modo de Decaimento	Fração f	Fase δ (rad)
Não-Ressonante	$0,998 \pm 0,037 \pm 0,046 \pm 0,056$	0,0(fixo)
$\bar{K}^*(890)\pi^+$	$0,137 \pm 0,006 \pm 0,008 \pm 0,005$	$0,84 \pm 0,04 \pm 0,02 \pm 0,02$
$\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$	$0,284 \pm 0,022 \pm 0,032 \pm 0,049$	$1,10 \pm 0,04 \pm 0,05 \pm 0,07$
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	$0,047 \pm 0,006 \pm 0,002 \pm 0,007$	$1,27 \pm 0,07 \pm 0,28 \pm 0,12$

Tabela 3.3: Resultados da E687 para a análise de Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. O primeiro erro é estatístico, o segundo é sistemático e o terceiro representa incertezas na forma das ressonâncias.

Capítulo 4

Estudo de Decaimentos Não-Ressonantes do Méson D

No capítulo anterior, apresentamos o formalismo geralmente usado em análises de Dalitz Plot. Tal formalismo está baseado em leis de conservação e descrições fenomenológicas, visto que ainda não existe um tratamento teórico completo para decaimentos charmosos. Vimos em particular como os estados ressonantes são parametrizados como funções Breit-Wigner e distribuições angulares apropriadas.

Muitos decaimentos charmosos em três corpos no estado final se mostram dominados por estados ressonates intermediários [1]. Entretanto, existem exceções, entre elas o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, que parece apresentar uma forte componente NR.

A contribuição NR em análises de Dalitz Plot é sempre parametrizada como uma função constante. Este capítulo está dedicado a questionar esta simplificada descrição. Tal questionamento se baseia em argumentos teóricos simples, bem como em inconsistências entre dados experimentais e modelo de ajuste.

O material apresentado neste capítulo é, em grande parte, uma compilação dos trabalhos originais apresentados nas referências [21] e [22].

4.1 Motivação

Historicamente, quando os primeiros dados para decaimentos charmosos não-leptônicos começaram a surgir, J.E. Wiss e colaboradores [17] utilizaram o Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ para medir o spin do méson D^+, recentemente descoberto. Os dados

eram compatíveis com uma distribuição constante. Visto que a densidade do Dalitz Plot depende do spin da partícula que decai, concluíram que o D^+ deveria ter spin 0.

Em experimentos posteriores e com o aumento gradativo da amostra charmosa, vários canais ressonantes foram sendo observados em decaimentos em três corpos de mésons D. O decaimento NR, neste contexto, era visto como um processo menos importante e portanto sempre parametrizado por uma função constante, dado que na maioria dos decaimentos em três corpos os estados ressonantes pareciam dominar.

Entretanto, como vimos na seção 3.2.3, dados mais recentes [2] mostram que o modelo de ajuste baseado no formalismo apresentado no capítulo anterior parece ser insuficiente. Possivelmente, a descrição fenomenológica usual para os processos físicos responsáveis pela formação do estado final é simplificada.

Como o ajuste aos dados não se mostrou adequado para o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, que ao mesmo tempo apresenta uma grande componente NR, parece natural questionar a parametrização da parte NR. Uma parametrização incorreta afeta não somente o resultado para o decaimento NR como também para todos os outros canais, devido à possibilidade de interferências na formação do estado final.

Decaimentos NR do méson D devem conter muito mais informação do que a simples amplitude de um pseudo-escalar decaindo a três pseudo-escalares. Visto que estamos tratando com um decaimento fraco, alguma manifestação desta interação fundamental deveria aparecer na amplitude NR. Em particular, sabemos que nas interações fracas a nível partônico a helicidade tem uma grande importância. Assim sendo, é natural esperar que exista uma significativa dependência da amplitude fraca com os *momenta* das partículas interagentes. Em outras palavras, a dinâmica da reação varia de ponto a ponto no espaço de fase e a importância desta variação deve depender do processo físico em questão.

Para decaimentos charmosos fracos, esta dependência pode chegar a ser particularmente importante. A relativamente grande massa do quark charme permite um tratamento quase perturbativo da QCD. Além disto, o charme decai em quarks leves, o que favorece a importância da helicidade.

Como exemplo ilustrativo, podemos estudar o mecanismo partônico fraco responsável por decaimentos do méson D favorecidos por Cabibbo, $c \to su\bar{d}$, através do decaimento do lépton tau, $\tau \to \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$. Dentro do modelo espectador, estes dois decaimentos são essencialmente similares.

O Dalitz Plot teórico para o decaimento $\tau \to \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ pode ser obtido a partir da conhecida amplitude para decaimentos puramente leptônicos [23]. Esta pode ser escrita em termos de dois invariantes que definem o Dalitz Plot, $m^2_{\mu\bar{\nu}_\mu} \equiv (p_\mu + p_{\bar{\nu}_\mu})^2$ e $m^2_{\mu\nu_\tau} \equiv (p_\mu + p_{\nu_\tau})^2$:

$$|\mathcal{M}_{\tau\to\mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau}|^2 \propto m^2_{\mu\nu_\tau}(m^2_\tau - m^2_{\mu\nu_\tau}) \ , \tag{4.1}$$

onde m_τ é a massa do tau.

A dinâmica desta reação tem uma dependência quadrática na variável $m^2_{\mu\nu_\tau}$. Como a distribuição no Dalitz Plot é proporcional a $|\mathcal{M}_{\tau\to\mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau}|^2$ (ver equação 2.11), a equação 4.1 origina, de fato, variações significativas no espaço de fase.

Devido à presença da interação forte junto ao decaimento fraco, o resultado do exemplo anterior não pode ser simplesmente transladado ao caso de decaimentos hadrônicos. Entretanto, o exemplo nos serve para abrir a possibilidade de uma estrutura para a parte NR de decaimentos charmosos.

Na próxima seção, vamos buscar fazer uma estimativa dos efeitos da dinâmica do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot a partir de um modelo aproximado.

4.2 O Decaimento Não-Ressonante $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$

Para descrever o decaimento NR $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, vamos nos basear na técnica de fatorização [4] aplicada à hamiltoniana efetiva para a interação partônica [6, 7]; desta maneira, buscamos descrever o processo de maneira análoga à usada por BSW [8] (veja seção 2.1.2) para o estudo de decaimentos do méson D em dois corpos.

Em primeira ordem, os diagramas que contribuem para este decaimento são os mostrados na figura 4.1. O diagrama (a) se processa através de emissão externa de W e, na abordagem de BSW, é proporcional [1] a a_1. O diagrama (b) se processa via emissão

[1] Refira-se à seção 2.1.2 para a definição dos coeficientes a_1 e a_2.

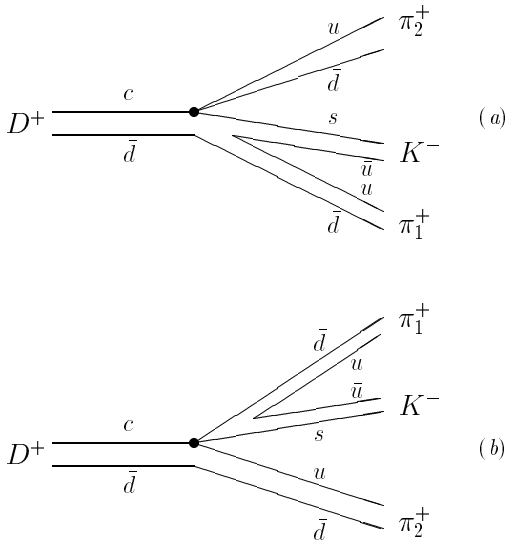

Figura 4.1: Os dois diagramas que contribuem ao decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ de acordo com o modelo de fatorização e hamiltoniana fraca efetiva.

interna de W e é proporcional a a_2. A amplitude total para o decaimento, obtida de maneira análoga a 2.5 é então:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+} &= (\frac{G_F}{\sqrt{2}})\cos^2\theta_c\ [\ a_1\langle K^-\pi_1^+|\bar{s}c|D^+\rangle\langle\pi_2^+|\bar{u}d|0\rangle \\ &+ a_2\langle K^-\pi_1^+|\bar{s}d|0\rangle\langle\pi_2^+|\bar{u}c|D^+\rangle + (\pi_1^+ \leftrightarrow \pi_2^+)]\ . \end{aligned} \tag{4.2}$$

Vamos analisar os dois termos acima de maneira independente. Para o termo proporcional a a_1 (diagrama 4.1(a)), podemos decompor o primeiro elemento de matriz em termos de quatro fatores de forma [24]. Usando a parametrização dada em [25], podemos escrever:

$$\langle K^-\pi_1^+|\bar{s}c|D^+\rangle = A_1^\mu F_1 + A_2^\mu F_2 + iV_3^\mu F_3 + A_4^\mu F_4\ , \tag{4.3}$$

onde

$$\begin{aligned} A_1^\mu &= p_K^\mu + p_D^\mu - Q^\mu\frac{Q\cdot(p_K+p_D)}{Q^2}\ , \\ A_2^\mu &= p_{\pi_1}^\mu + p_D^\mu - Q^\mu\frac{Q\cdot(p_{\pi_1}+p_D)}{Q^2}\ , \\ V_3^\mu &= \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma}p_K^\alpha p_{\pi_1}^\beta p_D^\gamma\ , \\ A_4^\mu &= Q^\mu = p_K^\mu + p_{\pi_1}^\mu - p_D^\mu = -p_{\pi_2}^\mu\ . \end{aligned} \tag{4.4}$$

Os termos proporcionais a F_1, F_2 e F_4 surgem da parte vetor-axial do elemento de matriz, enquanto que o termo proporcional a F_3 surge da parte vetorial; os termos proporcionais a F_1, F_2 e F_3 correspondem a uma transição de spin 1 e F_4 a uma transição de spin 0. Os quatro fatores de forma dependem de três variáveis $m_{12}^2 = (p_K + p_{\pi_1})^2$, $m_{13}^2 = (p_K + p_{\pi_2})^2$ e Q^2 que é uma constante (m_π^2) neste caso.

O segundo elemento de matriz do termo proporcional a a_1 na equação 4.2 tem a conhecida forma

$$\langle \pi_2^+ | \bar{u} d | 0 \rangle = i f_\pi p_{\pi_2}^\mu \ . \tag{4.5}$$

Multiplicando os elementos de matriz dados nas equações 4.3 e 4.5, o único termo que contribui é o axial de spin 0:

$$\langle K^- \pi_1^+ | \bar{s} c | D^+ \rangle \langle \pi_2^+ | \bar{u} d | 0 \rangle = (p_{\pi_2 \ \mu} \ F_4) \ (i f_\pi p_{\pi_2}{}^\mu) = i f_\pi m_\pi^2 F_4 \ . \tag{4.6}$$

Para calcular a contribuição do termo proporcional a a_2 (diagrama 4.1(b)), podemos fazer uso das conhecidas expressões [26]:

$$\begin{aligned} \langle \pi_2^+ | \bar{u} c | D^+ \rangle \ &= \ \left[(p_D + p_{\pi_2})^\mu - \frac{m_D^2 - m_\pi^2}{q^2} (p_D - p_{\pi_2})^\mu \right] F_{D\pi}^{1^-}(q^2) \\ &\quad + \frac{m_D^2 - m_\pi^2}{q^2} (p_D - p_{\pi_2})^\mu F_{D\pi}^{0^+}(q^2) \end{aligned} \tag{4.7}$$

e

$$\begin{aligned} \langle K^-(p_K) \pi_1^+ | \bar{s} d | 0 \rangle \ &= \ \langle \pi_1^+ | \bar{s} d | K^+(-p_K) \rangle = \\ &\quad \left[(-p_K + p_{\pi_1})^\mu - \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{q^2} (-p_K - p_{\pi_1})^\mu \right] f_+(q^2) \\ &\quad + \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{q^2} (-p_K - p_{\pi_1})^\mu f_0(q^2) \ . \end{aligned} \tag{4.8}$$

Nas equações acima, $q^2 = (p_D - p_{\pi_2})^2 = (-p_K - p_{\pi_1})^2$ enquanto as funções $F_{D\pi}^{J^P}(q^2)$ (correspondendo a uma corrente de spin-paridade J^P), $f_+(q^2)$ e $f_0(q^2)$ são fatores de forma. Veremos sua parametrização mais adiante.

Assim sendo, encontramos para o segundo termo da equação 4.2:

$$\begin{aligned}\langle\pi^+|\bar{u}c|D^+\rangle\langle K^-\pi^+|\bar{s}d|0\rangle &= F^{1^-}_{D\pi}(m^2_{12})f_+(m^2_{12})\,(m^2_D + m^2_K + 2m^2_\pi - 2m^2_{13} - m^2_{12}) \\ &+ [F^{1^-}_{D\pi}(m^2_{12})f_+(m^2_{12}) - F^{0^+}_{D\pi}(m^2_{12})f_0(m^2_{12})]\,\frac{(m^2_D - m^2_\pi)(m^2_K - m^2_\pi)}{m^2_{12}} \\ &+ (m^2_{12} \leftrightarrow m^2_{13}) \end{aligned} \tag{4.9}$$

onde introduzimos explicitamente as variáveis de Dalitz plot m^2_{12} e m^2_{13} definidas anteriormente.

A contribuição do diagrama 4.1(a), dada pela equação 4.6 é proporcional a $f_\pi m^2_\pi$. Então, a menos que o fator de forma F_4 seja extremamente grande ($F_4 \sim 10^3$), podemos desprezar esta contribuição em relação à do diagrama 4.1(b), dada pela equação 4.9 que contém m^2_D.

A contribuição NR à amplitude do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ pode, portanto, ser escrita simplesmente substituindo a equação 4.9 em 4.2 e desprezando a contribuição do termo proporcional a a_1:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+} &= (\frac{G_F}{\sqrt{2}})\cos^2\theta_c a_2\ \{\ F^{1^-}_{D\pi}(m^2_{12})f_+(m^2_{12})\,(m^2_D + m^2_K + 2m^2_\pi - 2m^2_{13} - m^2_{12}) \\ &+ [F^{1^-}_{D\pi}(m^2_{12})f_+(m^2_{12}) - F^{0^+}_{D\pi}(m^2_{12})f_0(m^2_{12})]\,\frac{(m^2_D - m^2_\pi)(m^2_K - m^2_\pi)}{m^2_{12}} \\ &+ (m^2_{12} \leftrightarrow m^2_{13})\ \} \end{aligned} \tag{4.10}$$

Esta expressão depende do coeficiente efetivo a_2 e de quatro fatores de forma. Os dois fatores de forma do tipo $D\pi$, $F^{J^P}_{D\pi}(q^2)$, são usualmente parametrizados por [7]:

$$F^{J^P}_{D\pi}(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{M^2_{D\pi,J^P}}\right)^{-1} \tag{4.11}$$

onde $M_{D\pi,1^-} = 2.01$ GeV e $M_{D\pi,0^+} = 2.2$ GeV. Tais fatores de forma tem sido usados de maneira satisfatória na região cinemática que estamos considerando. Os fatores de forma $K\pi$, $f_+(q^2)$ e $f_0(q^2)$, podem ser extraídos dos decaimentos semi-leptônicos $K \to \pi l\nu$, com $l = e, \mu$. Entretanto, não é claro se a parametrização usual [23]

$$f_+(q^2) = f_+(0)\left(1 + \lambda_+\frac{q^2}{m^2_\pi}\right)\ ,\ f_0(q^2) = f_0(0)\left(1 + \lambda_0\frac{q^2}{m^2_\pi}\right) \tag{4.12}$$

é válida em toda a região cinemática da reação. Na equação 4.12, $f_+(0) = f_0(0) = 1$ e os outros coeficientes estão dados por [1]: $\lambda_+ \approx 0.03$, independente do canal medido, enquanto o valor de λ_0 depende do decaimento: $\lambda_0 \approx 0$ para $K^- \to \pi^0\mu^-\nu$ e $\lambda_0 \approx 0.025$ para $K^0 \to \pi^+\mu^-\nu$.

Podemos agora calcular a largura parcial $\Gamma(D^+ \to K^-\pi^+\pi^+)_{NR}$ integrando $|\mathcal{M}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+}|^2$ em todo o espaço de fase. Tomando $\lambda_0 = 0$ e $a_2 = -0.55$ encontramos $BR(D^+ \to K^-\pi^+\pi^+) \approx 9\%$, que é compatível com o valor experimental [1] $(8.5 \pm 0.8)\%$ obtido ajustando a contribuição NR a uma constante.

Tomemos agora a função $|\mathcal{M}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+}|^2$ para obter a distribuição de pontos no Dalitz Plot. Mostramos esta distribuição na figura 4.2. De acordo com o modelo acima, observam-se importantes variações no Dalitz Plot. Tal distribuição não sofre mudanças significativas ao variar os parâmetros que definem os fatores de forma $K\pi$ das equações 4.12.

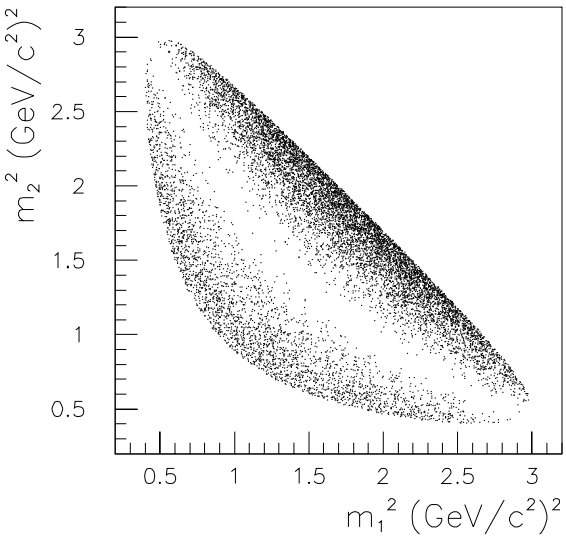

Figura 4.2: O Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ obtido por $|\mathcal{M}_{D^+\to K^-\pi^+\pi^+}|^2$ como encontrado via modelo de fatorização e hamiltoniana fraca efetiva.

Uma interessante observação é a semelhança de esta distribuição com a distribuição obtida para o decaimento $D^+ \to \bar{K}^*(1680)\pi^+$ (figura 3.2). Esta semelhança não é por acaso e reside no seguinte fato: a amplitude a que chegamos para o decaimento NR tem

uma expressiva dominância da componente de spin 1; como a ressonância $K^*(1680)$ tem uma grande largura ($\simeq$ 300 MeV), a amplitude que representa o canal $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ tem sua forma funcional dominada pela função de spin (a Breit-Wigner convoluída a esta é uma função suave).

O resultado a que chegamos foi obtido através de um método aproximado. Nos cálculos apresentados, não são levados em consideração efeitos não-perturbativos tais como a troca de glúons de baixa energia, ou efeitos de interação de estado final. Tais efeitos teriam a tendência de mascarar ou mesmo destruir a estrutura mostrada na figura 4.2. A hipótese de fatorização, de fato, é um modelo bastante simplificado, que vem sendo questionado para a descrição dos processos hadrônicos. Em geral, acredita-se que este modelo é tanto mais aceitável quanto maior for o *momentum* transferido na reação. Assim sendo, para decaimentos do méson D em geral, e em particular em três corpos, a hipótese de fatorização deve ser tomada com cautela, devendo ser testada experimentalmente.

4.3 Consequências da Parametrização do Decaimento NR: Outros Exemplos

Vamos ver nas secões subsequentes que uma correta extração da parte NR pode fornecer importantes informações sobre a física envolvida no decaimento; em particular, pode servir para medir diretamente determinados fatores de forma. Em contrapartida, o uso de uma parametrização inadequada pode produzir uma má interpretação dos resultados: variações da parte NR, por exemplo, podem ser interpretadas erroneamente como um efeito ressonante.

Dois exemplos específicos serão apresentados. Primeiramente, vamos estudar o decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$. Um de seus canais parciais, $\bar{K}^*(890)\pi^0$, parece ter uma fração de decaimento maior do que a esperada e oferecemos uma possível explicação para este fato. Em seguida, apresentamos como o decaimento $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ é particularmente interessante para extrair um fator de forma que é relevante para a física do τ e do méson a_1.

4.3.1 O Decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$

O decaimento resonante $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$ foi medido de duas maneiras diferentes, de acordo com o estado final: $BR(D^+ \to \bar{K}^*\pi^+)\times BR(\bar{K}^* \to \bar{K}^0\pi^0)$, que é extraído do Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$; e $BR(D^+ \to \bar{K}^*\pi^+) \times BR(\bar{K}^* \to K^-\pi^+)$, extraído a partir da análise do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. A colaboração Mark III [19] alertou para uma "aparente discrepância" entre as duas medidas: $BR(D^+ \to \bar{K}^{*0}\pi^+) = (5.9 \pm 1.9 \pm 2.5)\%$ quando medido via o estado final $\bar{K}^0\pi^0\pi^+$ e $B(D^+ \to \bar{K}^{*0}\pi^+) = (1.8 \pm 0.2 \pm 1.0)\%$ medido através do estado final $K^-\pi^+\pi^+$.

A última medida foi confirmada por experimentos subsequentes [20, 2, 27], enquanto que o decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$ somente foi medido por Mark III. É portanto natural pensar em um possível erro sistemático na extração da largura parcial do $\bar{K}^*(890)\pi^+$ através do Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$. Uma possibilidade é que eventos provenientes do decaimento NR estejam sendo considerados como originados pelo canal ressonante $\bar{K}^*(890)\pi^+$; assim sendo, este último estaria sendo superestimado.

Vamos estudar esta hipótese a partir de um cálculo análogo ao feito na seção 4.2 para o decaimento NR $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Existem seis diagramas que contribuem ao decaimento NR $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$, como mostrado na figura 4.3. Os diagramas (b) e (e) se diferenciam nada mais que pelo par quark-antiquark formado ($u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$) e assim os consideramos como uma mesma contribuição. O mesmo vale para os diagramas (c) e (f).

Usando fatorização e a formulação da hamiltoniana fraca efetiva, chegamos à seguinte decomposição para a amplitude hadrônica NR:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}^{NR}_{D^+\to\bar{K}^0\pi^0\pi^+} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}}\cos^2\theta_c[a_1\langle\bar{K}^0\pi^0|\bar{s}c|D^+\rangle\langle\pi^+|\bar{u}d|0\rangle \\ &\quad +a_2\langle\bar{K}^0|\bar{s}d|0\rangle\langle\pi^0\pi^+|\bar{u}c|D^+\rangle \quad + \quad a_1\langle\bar{K}^0|\bar{s}c|D^+\rangle\langle\pi^0\pi^+|\bar{u}d|0\rangle \\ &\quad +a_2\langle\bar{K}^0\pi^0|\bar{s}d|0\rangle\langle\pi^+|\bar{u}c|D^+\rangle] \ . \qquad (4.13)\end{aligned}$$

Os quatro termos da equação acima podem ser calculados usando o mesmo tipo de cálculo apresentado na seção anterior. Obtemos:

$$\langle\bar{K}^0\pi^0|\bar{s}c|D^+\rangle\langle\pi^+|\bar{u}d|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}f_\pi m_\pi^2 F_4^{\bar{K}^0\pi^0}(m^2_{\pi^0\pi^+}, m^2_{\bar{K}^0\pi^+}) \quad , \qquad (4.14)$$

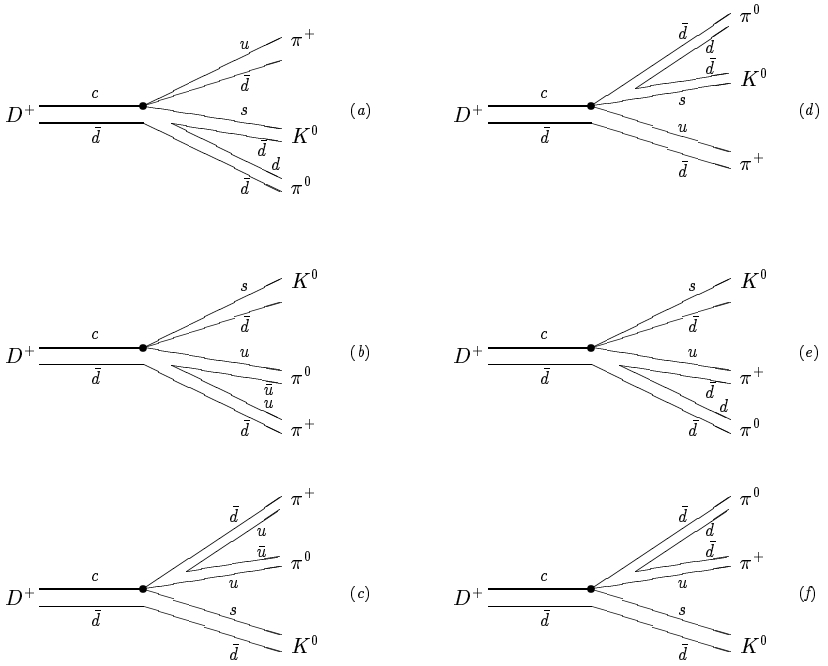

Figura 4.3: Os diagramas que contribuem ao decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$.

$$\langle \pi^0\pi^+|\bar{u}c|D^+\rangle\langle \bar{K}^0|\bar{s}d|0\rangle = \frac{2}{\sqrt{2}} f_K m^2_{\bar{K}^0} F_4^{\pi^+\pi^0}(m^2_{\bar{K}^0\pi^+}, m^2_{\bar{K}^0\pi^0}) \quad , \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}\langle \bar{K}^0|\bar{s}c|D^+\rangle\langle \pi^0\pi^+|\bar{u}d|0\rangle \;=\; & \frac{2}{\sqrt{2}}\{\; F^1_{DK}(m^2_{\pi^0\pi^+}) f^+_{\pi^0\pi^+}(m^2_{\pi^0\pi^+})\,(m^2_{\bar{K}^0\pi^0} - m^2_{\bar{K}^0\pi^+}) \;+ \\ & [F^1_{DK}(m^2_{\pi^0\pi^+}) f^+_{\pi^0\pi^+}(m^2_{\pi^0\pi^+}) - F^0_{DK}(m^2_{\pi^0\pi^+}) f^0_{\pi^0\pi^+}(m^2_{\pi^0\pi^+})] \times \\ & \frac{(m^2_D - m^2_{\bar{K}^0})(m^2_{\pi^+} - m^2_{\pi^0})}{m^2_{\pi^0\pi^+}} \;\}\;\; ,\end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned}\langle \pi^+|\bar{u}c|D^+\rangle\langle \bar{K}^0\pi^0|\bar{s}d|0\rangle \;=\; & \frac{1}{\sqrt{2}}\;\{\; F^1_{D\pi}(m^2_{\bar{K}^0\pi^0}) f^+_{K\pi}(m^2_{\bar{K}^0\pi^0})\,(m^2_{\pi^0\pi^+} - m^2_{\bar{K}^0\pi^+}) \;+ \\ & [F^1_{D\pi}(m^2_{\bar{K}^0\pi^0}) f^+_{K\pi}(m^2_{\bar{K}^0\pi^0}) - F^0_{D\pi}(m^2_{\bar{K}^0\pi^0}) f^0_{K\pi}(m^2_{\bar{K}^0\pi^0})] \times \\ & \frac{(m^2_D - m^2_{\pi^+})(m^2_{\bar{K}^0} - m^2_{\pi^0})}{m^2_{\bar{K}^0\pi^0}} \;\}\;\; .\end{aligned} \tag{4.17}$$

Nas expressões acima, introduzimos os invariantes $m^2_{\bar{K}^0\pi^+} \equiv (p_{\bar{K}^0} + p_{\pi^+})^2$, $m^2_{\bar{K}^0\pi^0} \equiv (p_{\bar{K}^0} + p_{\pi^0})^2$ e $m^2_{\pi^0\pi^+} \equiv (p_{\pi^0} + p_{\pi^+})^2$ e usamos a indentidade

$$m^2_{D^+} + m^2_{\bar{K}^0} + m^2_{\pi^+} + m^2_{\pi^0} = m^2_{\bar{K}^0\pi^+} + m^2_{\bar{K}^0\pi^0} + m^2_{\pi^0\pi^+} \quad . \tag{4.18}$$

Os diagramas (a), (b) e (e) da figura 4.3 apresentam um méson pseudo-escalar leve externo (chamemos de P). Este fornece uma contribuição proporcional a $f_p m_P^2$ (como na equação 4.5) como podemos ver nas equações 4.14 e 4.15. Os outros diagramas, (c), (d) e (f), produzem contribuições que dependem de m_D^2 como podemos ver nas equações 4.16 e 4.17 (usando 4.18). Assim sendo, os dois primeiros termos na equação 4.13 podem ser desprezados frente aos dois últimos. Além disto, o segundo termo na equação 4.16 também pode ser desprezado por ser proporcional a $(m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2)$.

Os oito fatores de forma que aparecem nas equações 4.16 e 4.17 são escritos, como vimos na seção anterior, como:

$$F_{DP}^J(q^2) = \frac{F_{DP}^J(0)}{(1 - q^2/m_{DP,J}^2)} \tag{4.19}$$

onde $J = 0$ ou 1 e $P = K$ ou π e

$$f_{AB}^i(q^2) = f_{AB}^i(0)\ (1 + \lambda_{AB}^i q^2/m_\pi^2) \tag{4.20}$$

onde $i = +$ ou 0 e $AB = K\pi$ ou $\pi^+\pi^0$. Somente seis destes fatores de forma contribuem devido ao termo desprezado na equação 4.16. Cinco destes fatores de forma foram medidos a partir de decaimentos semi-leptônicos ou calculados via QCD na rede ou a partir de diferentes modelos de quarks. Não existem maiores discrepâncias na literatura [1, 28]:$F_{D\bar{K}^0}^1(0) = 0.75 \pm 0.1$, $m_{D\bar{K}^0}^1 = 2.0 \pm 0.2$; $F_{D\pi}^1(0) = 0.75 \pm 0.15$, $m_{D\pi}^1 = 2.1 \pm 0.2$; $F_{D\pi}^0(0) = 0.75 \pm 0.15$, $m_{D\pi}^0 = 2.2 \pm 0.2$; $f_{\bar{K}^0\pi^0}^+(0) = 0.7 \pm 0.1$, $\lambda_{\bar{K}^0\pi^0}^+ = 0.028 \pm 0.002$; $f_{\bar{K}^0\pi^0}^0(0) = 0.7 \pm 0.1$, $\lambda_{\bar{K}^0\pi^0}^0 = 0.004 \pm 0.007$. O sexto fator de forma, $f_{\pi^+\pi^0}^+(q^2)$, nunca foi medido ou obtido via cálculos na rede. Pode-se apenas ter uma idéia de seu valor no limite $q^2 \to 0$ calculando a taxa de decaimento $\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e$ [23] e comparando com seu valor experimental. Assim, obtemos $f_{\pi^+\pi^0}^+(0) = 1.4$.

Finalmente, usamos as medidas para a_1 e a_2 apresentadas no capítulo anterior (equação 2.6).

Usando as equações 4.13, 4.16 e 4.17, e tomando valores centrais para as variáveis que descrevem os fatores de forma, obtemos a distribuição no Dalitz Plot como mostrado na

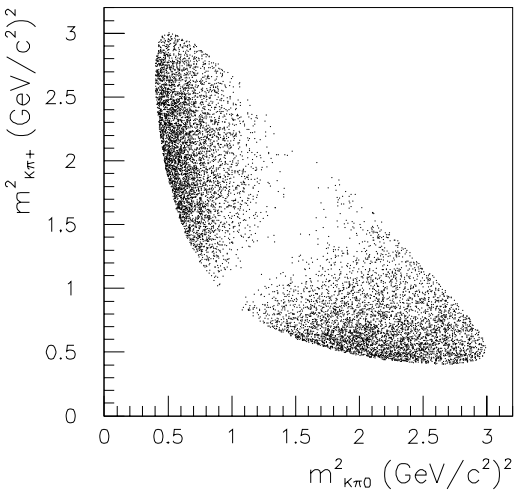

Figura 4.4: O Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$ via modelo de fatorização e hamiltoniana fraca efetiva.

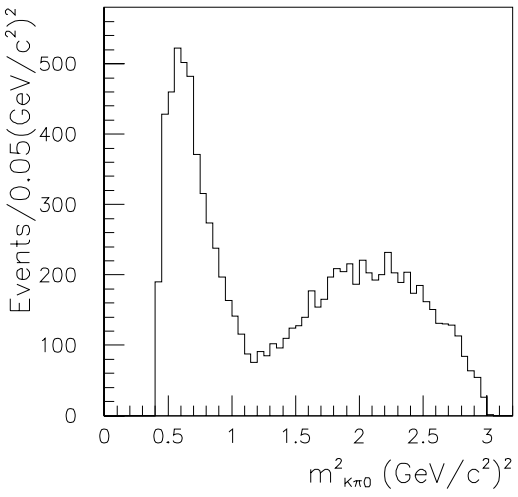

Figura 4.5: A distribuição de eventos de $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$ para a massa invariante $m^2_{\bar{K}^0\pi^0}$ segundo modelo de fatorização.

figura 4.4. Mostramos na figura 4.5 a projeção do Dalitz Plot na variável $m^2_{\bar{K}^0\pi^0}$. Como podemos ver, esta apresenta um pico pronunciado centrado em $m^2_{\bar{K}^0\pi^0} \approx 0.65$ GeV^2.

Estudamos a dependência da distribuição da figura 4.5 pela variação dos fatores de forma dentro da região permitida pelos dados experimentais e cálculos teóricos. Não se observam variações significativas, o que mostra que a forma de tal distribuição é basicamente insensível a estes parâmetros. O mesmo acontece para grandes variações para o fator de forma $f^+_{\pi^+\pi^0}(q^2)$ e para variações na razão a_2/a_1.

Esta grande estabilidade se deve ao fato de que, desde que $|a_2/a_1|$ não seja muito grande ($|a_2/a_1| \leq 2,5$), a contribuição dada pela equação 4.16 é dominante:

$$\mathcal{M}^{NR}_{D^+\to\bar{K}^0\pi^0\pi^+} \approx F^{1^-}_{DK}(m^2_{\pi^0\pi^+}) f^+_{\pi^0\pi^+}(m^2_{\pi^0\pi^+}) \left(m^2_{\bar{K}^0\pi^0} - m^2_{\bar{K}^0\pi^+}\right) . \tag{4.21}$$

Visto que os fatores de forma na equação acima dependem somente de $m^2_{\pi^0\pi^+}$, a distribuição na variável $m^2_{\bar{K}^0\pi^0}$ depende muito pouco das quantidades pouco conhecidas para este decaimento.

O pico apresentado na figura 4.5 é então uma característica do cálculo baseado na fatorização. Como para o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, efeitos não-perturbativos não levados em consideração neste modelo podem alterar a distribuição apresentada. No caso extremo de que tais efeitos dominem o decaimento, tal estrutura pode desaparecer. A medida experimental de um pico cerca de $m^2_{\bar{K}^0\pi^0} \approx 0.65$ GeV^2 para o decaimento NR é portanto uma indicação da validade da fatorização em decaimentos charmosos.

Este pico está localizado perto do pico esperado para a distribuição da Breit-Wigner correspondente ao decaimento $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$. Desta maneira, se os efeitos não-fatorizáveis não são muito importantes, muitos eventos originários do decaimento NR podem ter sido incorretamente relacionados ao canal ressonante.

Este efeito não aparece para o caso do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$: segundo o cálculo apresentado na seção anterior, o canal NR não apresenta uma distribuição localizada para a variável $m_{K\pi}$ (m^2_{12} ou m^2_{13}), como podemos ver na figura 4.6.

Assim sendo, a diferença entre as contribuições NR para os decaimentos $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ e $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$ pode ser a explicação para os diferentes valores obtidos experimentalmente para o decaimento $D^+ \to K^*(890)\pi^+$.

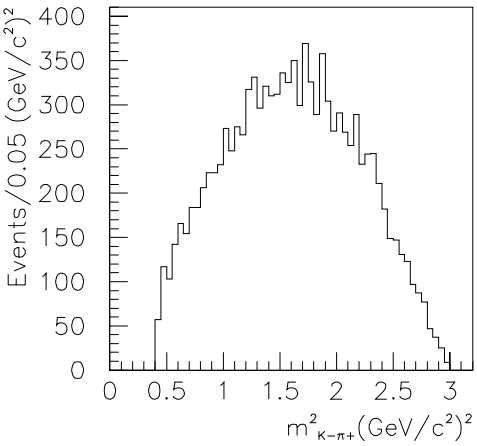

Figura 4.6: A distribuição de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ para a massa invariante $m^2_{K^-\pi^+}$ segundo fatorização.

4.3.2 O Decaimento $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$

Como mostramos no exemplo anterior, a contribuição NR a um determinado decaimento está escrita em termos de diversos fatores de forma. Assim sendo, e admitindo a fatorização como uma boa aproximação, o decaimento NR pode ser visto também como uma ferramenta para extrair informação sobre os fatores de forma. Entretanto, no caso particular do decaimento $D^+ \to \bar{K}^0\pi^+\pi^0$, seria muito complicado, senão impossível, conseguir isto devido a que os fatores de forma aparecem sempre como produto de vários termos.

Aqui apresentamos um exemplo em que este problema não aparece. É o caso do decaimento NR $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$. Existe somente um diagrama que contribui para este decaimento e é um diagrama de aniquilação de W como mostrado na figura 4.7. Além disto, de acordo com idéias de Bjorken [29], a fatorização parece mais natural neste tipo de diagrama. A amplitude de decaimento para este canal pode ser escrita como

$$\mathcal{M}^{NR}_{D_s^+\to\pi^+\pi^+\pi^-} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\cos^2\theta_c a_1 \langle 0|A^\mu|D_s^+\rangle\langle\pi^+\pi^+\pi^-|A_\mu|0\rangle \ . \tag{4.22}$$

Sabemos que

$$\langle 0|A^\mu|D_s^+\rangle = -if_{D_s}p_D^\mu \ , \tag{4.23}$$

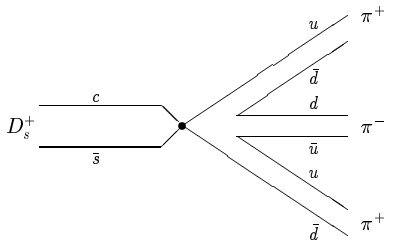

Figura 4.7: O diagrama de aniquilação para o decaimento NR $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$.

e o segundo elemento de matriz pode ser decomposto em quatro fatores de forma (como em 4.4). Após a multiplicação dos dois elementos de matriz, somente contribui o termo axial de spin 0. A amplitude de decaimento é então [30]

$$\mathcal{M}_{D_s^+\to\pi^+\pi^+\pi^-} = -i\frac{G_F}{\sqrt{2}}\cos^2\theta_c a_1 m_{D_s}^2 f_{D_s} F_4(m^2_{\pi^-\pi_1^+}, m^2_{\pi^-\pi_2^+}) \tag{4.24}$$

onde $m^2_{\pi^-\pi_1^+} \equiv (p_{\pi^-} + p_{\pi_1^+})^2$ e $m^2_{\pi^-\pi_2^+} \equiv (p_{\pi^-} + p_{\pi_2^+})^2$. Como vemos, somente um fator de forma aparece na amplitude e, portanto, poderia ser extraído diretamente dos dados.

Algumas considerações sobre este fator de forma, entretanto, são necessárias.

Em decaimentos do méson D em dois corpos, as amplitudes proporcionais a m_D^2 somente aparecem através de diagramas espectadores, enquanto que aquelas correspondentes a diagramas não-espectadores – como a que estamos considerando aqui – são proporcionais às massas dos mésons do estado final e, portanto, são bem menos importantes. Visto que a amplitude dada pela equação 4.24 é proporcional a $m_{D_s}^2$, não deveria, em princípio, ser pequena. Entretanto, se PCAC (conservação parcial da corrente vetor-axial) é considerada válida – já que os quarks do estado final são leves – espera-se que este decaimento seja pouco importante. Isto somente acontece, então, caso F_4 seja desprezível. Porém a validez de PCAC neste contexto não é evidente, como veremos a seguir.

O fator de forma F_4 nunca foi medido e não existe um acordo entre suas predições teóricas. Alguns autores [31, 32] propuseram expressões baseadas em modelos que são válidos somente para pequenos valores do *momentum* quadrado transferido aos três píons, q^2. No decaimento $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$, entretanto, $q^2 = m_{D_s}^2$.

Medir F_4 terá importantes consequências para o entendimento da física do τ e do

méson a_1. A largura do a_1 pode ser medida através do decaimento $\tau \to \nu_\tau 3\pi$ mas seu valor é duas ou três vezes maior do que o valor extraído a partir de outras medidas [1]. A largura de a_1 a partir de $\tau \to \nu_\tau 3\pi$ depende fortemente do tamanho de uma possível contribuição NR, a qual é proporcional ao fator de forma F_4.

Medidas experimentais [35] para o canal $\tau \to \nu_\tau 3\pi$ não podem distinguir entre modelos que predizem uma grande quebra de PCAC [33], ou seja, grande F_4, e modelos que predizem uma pequena quebra [34] e, portanto, F_4 pequeno. Como consequência, o valor extraído para a largura do a_1, que depende do modelo utilizado, pode variar por cerca de um fator 2.

Assim sendo, a correta extração da parte NR do decaimento $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ pode trazer uma primeira medida do fator de forma F_4, o que esclareceria a questão da validez (ou não) de PCAC e em consequência, uma medida correta para a largura do méson a_1. No momento, as medidas existentes para o decaimento $D_s^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ não são consistentes: a razão de ramificação para o canal NR medido pela colaboração E691 [36] é 1.0 ± 0.4 % (o que resulta em um grande F_4) enquanto que medidas mais recentes da colaboração E687 [37] revelam um contribuição NR desprezível. Ambas as medidas foram feitas parametrizando a parte NR como uma constante.

4.4 Comentários

Apresentamos neste capítulo algumas idéias sobre o tratamento da contribuição não-ressonante e algumas possíveis consequências. Para tanto, nos baseamos em um modelo de cálculo que admite a fatorização como sendo uma boa aproximação. Como vimos, não é clara a validade deste modelo para decaimentos charmosos e, portanto, as distribuições apresentadas devem ser tomadas como uma idéia ou indicação para possíveis estruturas NR no Dalitz Plot.

De fato, a principal motivação dos estudos apresentados neste capítulo foi a de chamar a atenção para a possibilidade da componente NR apresentar dependências dinâmicas. É bastante natural pensar que existam sinais das interações fraca e forte na formação do estado final não-ressonante. Nosso objetivo foi justamente dar força a esta argumentação.

Mais adiante no Capítulo 10, nos dedicaremos à análise experimental da contribuição NR, e estaremos em condição de estudar as idéias apresentadas aqui.

Capítulo 5

O Experimento E791

O experimento E791 foi o quarto de uma série de experimentos com alvo fixo desenvolvidos no *Tagged Photon Laboratory* (TPL) - FERMILAB/USA, voltado para o estudo da física do charme. Este experimento tomou dados de julho de 1991 a janeiro de 1992 e seu objetivo foi obter uma grande amostra de eventos charmosos. Com uma alta estatística, importantes estudos da física do charme puderam (e estão podendo) ser realizados, como a procura por decaimentos charmosos raros, produção hadrônica de charme, busca de sinais de *mixing* e violação de CP, fatores de forma para decaimentos semi-leptônicos e análises de sub-estruturas ressonantes, entre outros.

Os eventos charmosos eram produzidos a partir da interação de um feixe de píons negativos de 500 GeV/c com finos alvos de platina e carbono. Para a deteção das partículas produzidas, utilizou-se um espectrômetro que consistia de: detetores de silício (SMD), câmaras proporcionais (PWC) e câmaras de arrasto para a determinação das trajetórias de partículas carregadas (sistema de *tracking*); magnetos analisadores para medidas de *momentum*; contadores Čerenkov para identificação de partículas; calorímetros hadrônico e eletromagnético para medição da energia das partículas e seleção de eventos em tempo real (*trigger*); e, finalmente, uma série de cintiladores para deteção de múons.

Com um inovador sistema de aquisição de dados, foram coletados ao total 20 bilhões de eventos, gravados em 24.000 fitas de 8 *mm* (2,3Gb). Cerca de 200 mil eventos charmosos foram totalmente reconstruídos.

Nas seções seguintes, descrevemos os principais aspectos do experimento, começando

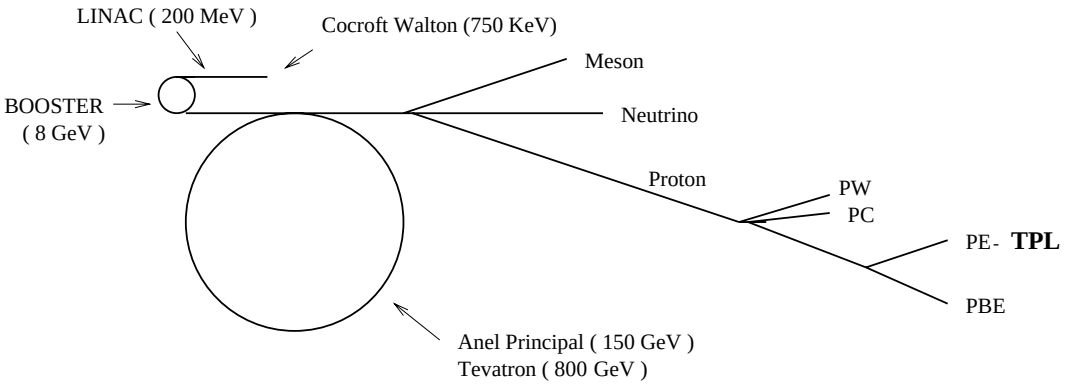

Figura 5.1: Visão esquemática do conjunto de aceleradores e diferentes linhas de feixe.

pela produção do feixe e descrição do alvo, seguindo pelos vários elementos do detetor e terminando com as características do sistema de coleta e seleção de dados em tempo real.

5.1 O Feixe e o Alvo

5.1.1 O Acelerador e o Feixe

A obtenção do feixe de píons utilizado para a E791 envolvia uma série de etapas, caracterizadas por um conjunto de aceleradores. Aqui fazemos uma breve descrição deste processo, ilustrado na figura 5.1.

Inicialmente, íons H^- eram acelerados a 750 KeV em um acelerador eletrostático *Cockcroft-Walton* e injetados em um acelerador linear (LINAC) de 160 m de extensão. Ao atingirem uma energia de 200 MeV, estes íons passavam por uma fina camada de carbono, onde perdiam seus elétrons. O feixe de prótons resultante era levado a um síncroton (*Booster Ring*) de 216 m de raio, onde atingia uma energia de 8 GeV e era então injetado em um seguinte síncroton, chamado anel principal (*Main Ring*), com 1 Km de raio. Nesta etapa, o feixe chegava a uma energia de 150 GeV. Finalmente, os prótons entravam no último síncroton - o Tevatron - um anel com magnetos supercondutores situado sobre o *Main Ring*, capaz de acelerar o feixe a uma energia final de 800 GeV.

Este feixe de prótons era fornecido às áreas experimentais de alvo fixo. O processo de extração não era contínuo e sim feito durante 22 segundos, intervalo chamado *spill*, e repetido a cada minuto. Entre *spills*, o Tevatron era novamente alimentado de prótons.

Cerca de 10^{13} prótons eram mandados para as áreas experimentais em cada *spill*. O feixe era então dividido eletrostaticamente e conduzido às áreas até chegar ao TPL. Nesta etapa, ocorria a colisão dos prótons (fluxo típico de $10^{12}/spill$) com um alvo de berílio de 30 cm de extensão para produzir o feixe final de píons, que era focalizado e alinhado por dois quadrupolos e dois dipolos magnéticos. Para cada *spill*, cerca de 42 milhões de píons eram produzidos.

5.1.2 O Alvo

A escolha do conjunto de alvos para a E791 levou em consideração dois fatores relevantes. Primeiro, a necessidade de se produzir uma alta taxa de interações. Segundo, a redução ao máximo da probabilidade de interações secundárias e espalhamento coulombiano. Este último fator é essencial para se poder obter uma boa resolução na separação do ponto de produção (*vértice primário*) e decaimento (*vértice secundário*) das partículas charmosas.

Desta forma, se estabeleceu um configuração de 5 finas folhas - a primeira de platina e as quatro seguintes de carbono - cada uma correspondendo a cerca de $0,4\%$ de um comprimento de interação. A platina foi escolhida devido ao seu alto peso atômico A, visto que a probabilidade de interação entre o feixe e o alvo é proporcional a esta grandeza. Como a probabilidade de espalhamento múltiplo para alvos seguintes é proporcional ao número atômico Z, o carbono foi escolhido por ter Z relativamente baixo. A configuração final do alvo e suas principais características é mostrada na tabela 5.1.

Folhas	1	2	3	4	5
material	Pt	C	C	C	C
posição em z (cm)	-8,191	-6,690	-5,154	-3,594	-2,060
espessura (mm)	0,52	1,57	1,57	1,53	1,58
compr.de interação	0,588%	0,412%	0,412%	0,402%	0,415%

Tabela 5.1: Configuração das 5 folhas de alvo.

Como se pode observar na tabela 5.1, as folhas do alvo estavam espaçadas entre si por uma distância da ordem de $1,5\ cm$. Esta separação foi escolhida devido à distância média que partículas charmosas percorrem antes de se desintegrarem. Com tempos de vidas médias da ordem de $10^{-12} - 10^{-13} s$ e *momenta* típicos de 100 GeV, estas partículas viajam distâncias da ordem de $0,5 - 1\ cm$. A separação entre os alvos, então, garantia com grande probabilidade que os vértices secundários se situassem fora da região dos alvos. Com isto, se diminuía a chance de se confundir um vértice de decaimento com uma interação secundária.

5.2 O Espectrômetro da E791

O conjunto de detetores que constituía o espectrômetro da E791 (figura 5.2) tinha como objetivo determinar as trajetórias, medir os *momenta* e identificar as partículas produzidas em cada interação. O espectrômetro tinha ao total cerca de 20 m de extensão, na direção paralela ao eixo do feixe (Norte-Sul, definida direção z). Para facilitar a descrição de cada um dos detetores a seguir, introduzimos aqui o sistema de coordenadas da E791. As direções x (Este-Oeste) e y (vertical) são definidas formando um sistema de coordenadas de "mão direita". Além disto se definem direções adicionais no plano xy, inclinadas em relação ao eixo x da seguinte forma: direção u a 20.5^o; direção v a -20.5^o; direção w a 60^o; direção w' a -60^o; direção x' paralela a x e deslocada da mesma de $0,5\ mm$.

5.2.1 Os Detetores SMD

Os Detetores de Microtiras de Silício, ou abreviadamente SMD (*Silicon Microstrip Detector*), são detetores de estado sólido capazes de operar em altas taxas de interação ($\sim 10^6$ Hz), característica fundamental em experimentos de física de altas energias. Com excelente resolução espacial, permitem distinguir os vértices de produção e decaimento e, portanto, separar eventos charmosos de eventos hadrônicos comuns.

Os SMD funcionam baseados no seguinte princípio. Ao passar através de um uma fina camada de silício, uma partícula de mínima ionização deposita energia criando milhares de pares elétron-buraco, os quais, sob ação de um campo elétrico aplicado às terminações

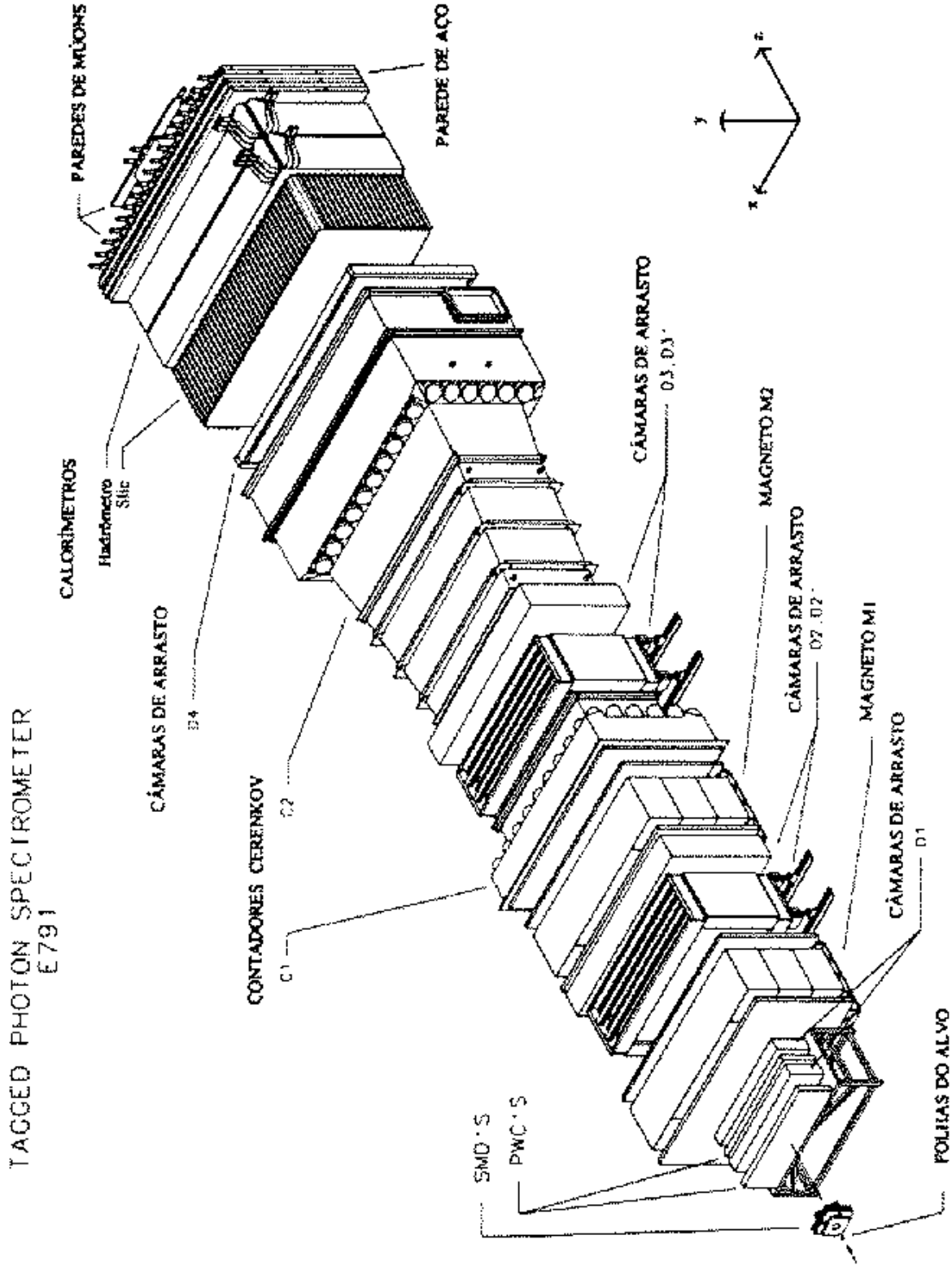

Figura 5.2: O espectrômetro.

do semicondutor, migram para as extremidades, produzindo um pulso elétrico na tira mais próxima à passagem da partícula. Este pulso é então coletado e amplificado, dando a localização da partícula incidente. Cada uma das tiras está conectada a seu próprio canal de saída, atuando assim como um detetor independente.

Os SMD utilizados pela E791 foram parte fundamental de seu sistema de *tracking*. Foram confeccionados em finos planos, com cerca de 300 μm, de silício tipo-n. Enquanto uma das faces recebeu uma forte dopagem com arsênio, na outra foram gravadas pequenas tiras com 30 μm de largura, e interespaçadas de 25 ou 50 μm, com dopagem de boro tipo-p. Uma fina camada de alumínio era aplicada sobre as tiras tipo-p e sobre a face oposta, para otimizar as conexões externas. A figura 5.3 mostra a seção reta de um plano de SMD típico utilizado na E791.

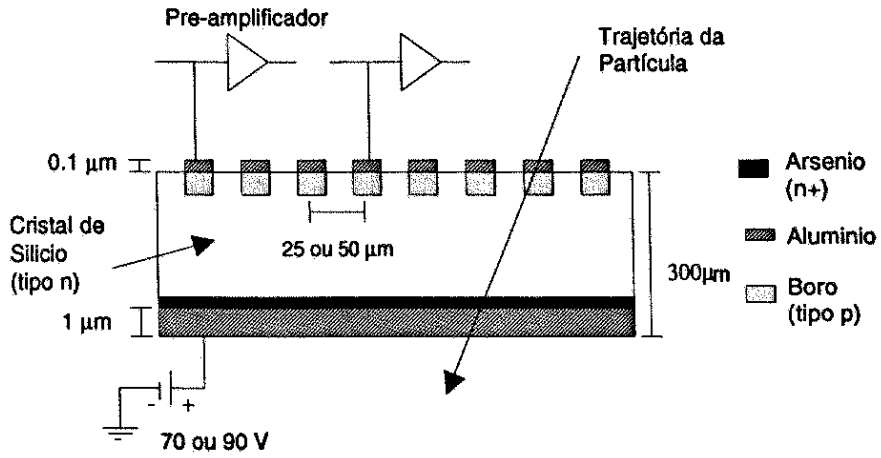

Figura 5.3: Seção reta de um plano do SMD.

O sistema de SMD da E791 consistiu de 23 planos, seis deles antes do alvo para determinação precisa da posição do feixe e 17 após o alvo para para possibilitar a reconstrução dos vértices primário e secundários. O arranjo destes planos de SMD na E791 está mostrado na figura 5.4.

As eficiências medidas dependeram do plano em questão, variando de 80% a 98%. Resoluções típicas para os diferentes planos de SMD foram $7,2$ μm e $14,4$ μm para os planos com separação entre as tiras de 25 e 50 μm, respectivamente.

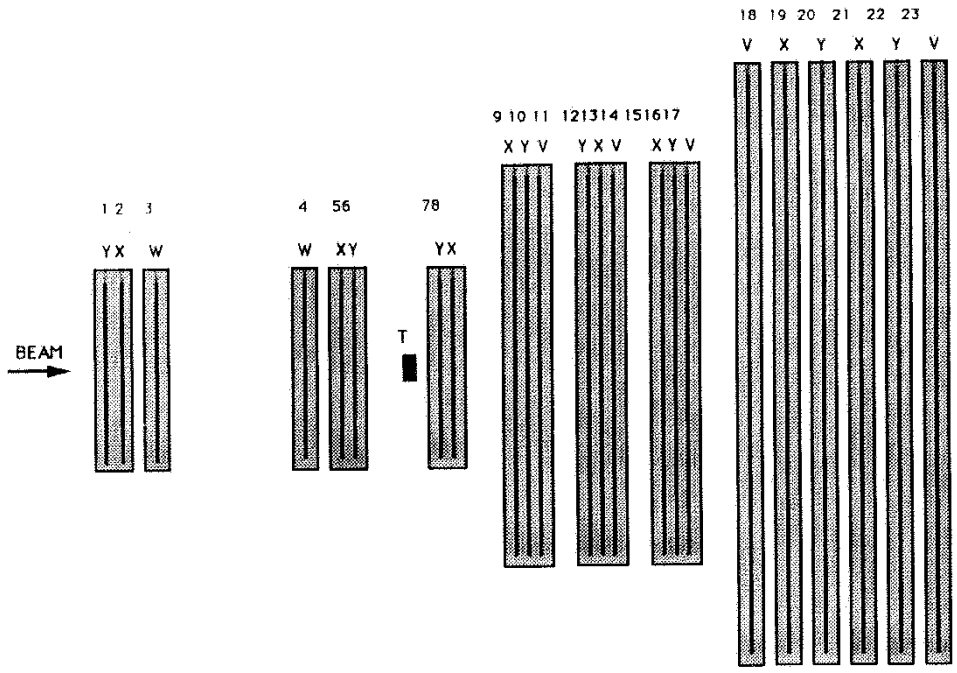

Figura 5.4: Configuração dos planos SMD na E791.

5.2.2 As Câmaras Proporcionais (PWC)

As câmaras proporcionais ou PWC (*Proporcional Wire Chambers*) são detetores de partículas que consistem essencialmente de um tanque de gás submetido a um campo elétrico. Um plano de fios de anodo é localizado entre dois planos de catodo (figura 5.5). Quando uma partícula carregada atravessa o gás, ioniza moléculas deixando uma trilha de elétrons e íons livres. A alta voltagem aplicada entre anodo e catodo leva estes elétrons a migrarem para o fio mais próximo. À medida em que os elétrons são acelerados na região de alto campo ao redor do anodo, provocam mais ionizações, criando mais elétrons livres, fenômeno conhecido como processo de avalanche. Como resposta à avalanche, cria-se um pulso elétrico no fio anodo, registrando a posição da partícula carregada inicial. Determina-se qual o fio específico que detetou um pulso elétrico produzido por uma partícula carregada, mas não o tempo de arrasto até aquele fio particular. Assim sendo, a resolução espacial e, portanto, a precisão que estas câmaras fornecem é inteiramente determinada pelo espaçamento entre os fios dividido por $\sqrt{12}$.

A E791 utilizou duas PWC logo antes do alvo para mapeamento do feixe e melhora

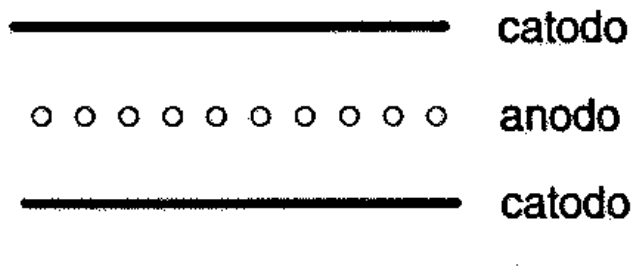

Figura 5.5: Esquema de uma PWC típica.

na obtenção do vértice primário, e mais duas após o alvo para aumentar a qualidade do *tracking*. No sistema de PWC da E791, as partículas carregadas passavam através de uma mistura gasosa composta de 17% CO_2, 0,3% Freon e 82,7% Argônio. Cada estação de PWC foi feita de vários planos arranjados nas direções x, y, w' e x'. Os sinais eletrônicos obtidos eram então amplificados e discriminados por um módulo conhecido por PCOS (*Proporcional Charge Operational System*).

5.2.3 As Câmaras de Arrasto

Como parte do sistema de *tracking*, em adição aos SMD e PWC, a E791 possuía quatro conjuntos de câmaras de arrasto planas. Como as PWC, sua operação é baseada no fato de que partículas carregadas deixam uma trilha de átomos ionizados ao passar através de um gás. Os elétrons livres são coletados em fios mantidos em alto potencial positivo em relação a outros fios catodos. Sendo positivamente carregados, os íons são arrastados em direção ao catodo. A velocidade de arrasto depende da natureza do gás usado. O tempo de arrasto para os elétrons fornece uma medida precisa da posição da partícula carregada em relação ao fio, quando a velocidade de deriva é constante.

Quatro estações de câmaras de arrasto, com um total de 35 planos sensores, foram usadas na E791. As câmaras foram preenchidas com uma mistura aproximadamente igual de argônio e etano. Cada plano consistiu de fios sensores (para coletar as cargas liberadas pela ionização) e fios de campo, que criavam um campo elétrico constante através da região de arrasto. Os 35 planos sensores foram montados em 11 conjuntos, com cada conjunto incorporando planos em três ou quatro orientações, o que tornava possível a resolução de

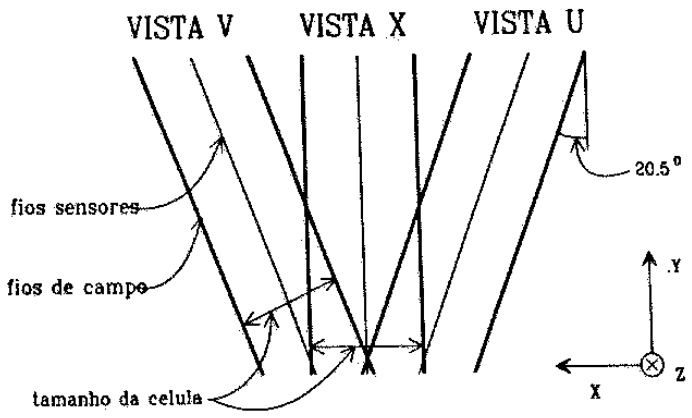

Figura 5.6: Orientação dos planos de câmaras de arrasto.

todas as coordenadas de uma partícula que atravessasse esses planos. A primeira estação (D1) era formada por dois conjuntos, cada um composto de quatro planos nas orientações u, v, x e x'. A segunda (D2) e a terceira (D3) estações eram formadas por quatro conjuntos de três planos cada, dispostos na configuração u, x e v mostrada esquematicamente na figura 5.6. A última(D4) estação era composta de apenas um conjunto na configuração u, x, v.

A câmara D1 estava localizada antes do primeiro magneto M1 e, junto com os SMD e PWC, fornecia informações iniciais de trajetórias. A D2 estava posicionada entre os dois magnetos. A terceira, D3, estava logo após o segundo magneto M2 e adicionava informação de *tracking* para as partículas que passaram por ambos os magnetos. A última câmara D4 vinha bem mais adiante, após os contadores Čerenkov e logo antes dos calorímetros.

As três primeiras câmaras apresentaram uma eficiência de 93%, enquanto a quarta obteve 85%. As resoluções para as quatro câmaras D1, D2, D3 e D4 foram em média, respectivamente, 400 μm, 350 μm, 300 μm e 700 μm.

5.2.4 Os Magnetos Analisadores

Para a determinação do *momentum* e carga das partículas, a E791 utilizou dois magnetos analisadores M1 e M2 de grande abertura que produziam campos magnéticos verticais no sentido negativo do eixo y. Esta disposição do campo fornecia um impulso horizontal

às partículas carregadas que atravessavam os magnetos, sem causar qualquer modificação na componente y de seus *momenta*. Estes campos foram cuidadosamente mapeados com precisão de 0,1% e mantidos dentro dos limites de tolerância, mediante um rigoroso monitoramento das correntes e tensões nos magnetos.

Tendo um valor preciso para o campo magnético, pode-se obter o *momentum* de uma partícula carregada através do desvio angular θ sofrido por ela ao passar pelo magneto:

$$\theta \cong \frac{\int B\, dl}{3,33p} \tag{5.1}$$

onde p é o momento da partícula em GeV/c, B é o campo magnético em Tesla e l o comprimento em metros.

A resolução de massa do espectrômetro, embora seja também uma função do ângulo de abertura entre os produtos do decaimento, é geralmente dominada pela resolução de *momentum*. Esta depende essencialmente de dois fatores: precisão na medida da curvatura da trajetória carregada usando o sistema de *tracking*, e possibilidade da partícula sofrer espalhamento múltiplo, saindo fora de seu curso original. No caso de desintegrações de mésons D (cujas larguras de decaimento são extremamente pequenas), a resolução de *momentum* das partículas produzidas em seus decaimentos resultou em uma indeterminação na massa destes mésons da ordem de alguns MeV. Por exemplo, no caso particular do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, o méson D^+ foi medido com uma "largura" de 12 MeV.

5.2.5 Os Contadores Čerenkov

Para identificação de hádrons, a E791 utilizou dois grandes detetores de limiar de radiação Čerenkov (referidos como C1 e C2). Estes detetores operam baseados no fato de que uma partícula com velocidade maior que a da luz num meio de índice de refração η provoca emissão de luz. Este efeito, embora complexo, é bem conhecido e se deve à polarização das moléculas que circundam a trajetória da partícula carregada. A radiação Čerenkov é emitida em um ângulo muito bem definido, produzindo um cone de luz. Este ângulo é dado pela equação

$$\cos\theta_c = \frac{c}{v\eta}, \tag{5.2}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, v é a velocidade da partícula e η é o índice de refração do meio. Pela equação anterior, se pode obervar que somente há emissão a partir de um valor limiar de velocidade $v_{th} = \frac{c}{\eta}$, visto que $\cos\theta$ não pode ser maior que um. Portanto, o valor limiar de *momentum* para produção de radiação Čerenkov é dado pela expressão

$$p_{th} \cong \frac{mc}{\sqrt{2(\eta - 1)}} . \tag{5.3}$$

Conseqüentemente, partículas com diferentes massas apresentam diferentes valores limiares de *momentum*. É justamente esta característica que permite distinguí-las: dada uma partícula com um determinado *momentum*, o fato de esta emitir ou não radiação de Čerenkov em um determinado meio vai depender exclusivamente de sua massa (e, claro, do índice de refração deste meio). Se duas câmaras de Čerenkov são preechidas com substâncias de diferentes propriedades dielétricas, pode-se distinguir partículas de diferentes massas mas de mesmos *momenta*.

Para a coleta de todos os fótons produzidos, cada contador (C1 e C2) possuía um arranjo de espelhos esféricos acoplados a estruturas coletoras de luz conhecidas como cones de Winston, que estavam conectadas a tubos fotomultiplicadores. O arranjo de espelhos foi projetado de tal forma a minimizar o número de anéis de radiação que se sobrepunham e, ao mesmo tempo, assegurar que o anel de radiação devido a uma única partícula fosse coletado em um único espelho. Estas exigências resultaram em uma maior segmentação na região central dos detetores, onde a densidade de partículas é maior (ver figura 5.7).

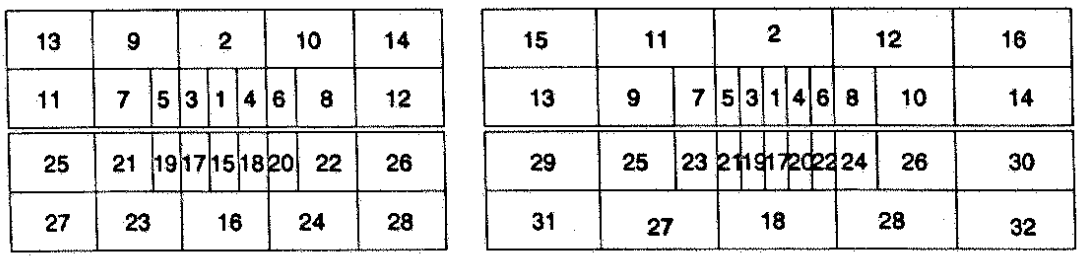

Figura 5.7: Arranjo dos espelhos de C1 e C2.

As principais características dos contadores C1 e C2 usados pela E791, como misturas

gasosas utilizadas e limiares de produção, estão mostradas na tabela 5.2.

Contador	C1	C2
comprimento (m)	3,7	6,6
número de espelhos	28	32
mistura gasosa	100% N_2	80%He , 20% N_2
limiar de *momentum* píon (GeV/c)	6	11
limiar de *momentum* káon (GeV/c)	20	36
limiar de *momentum* próton (GeV/c)	38	69

Tabela 5.2: Propriedades dos Contadores Čerenkov.

Na tabela 5.3, mostramos os intervalos de *momentum* para os quais é possível discriminar entre píons, káons e prótons.

O número de fótons produzidos por unidade de comprimento do radiador e por unidade de comprimento de onda, é dado pela expressão [38]:

$$\frac{d^2N_\gamma}{dld\lambda} = \frac{2sin^2\theta_c}{137\lambda^2}, \tag{5.4}$$

onde λ é o comprimento de onda dos fótons emitidos. A figura 5.8 mostra a distribuição do número de fótons emitidos por unidade de comprimento em função do *momentum* da partícula para cada um dos contadores C1 e C2.

Conhecendo o número de fótons emitidos para cada tipo de partícula, é possível calcular a probabilidade de que uma determinada trajetória com dado *momentum* seja devida a um determinado tipo de partícula. A probabilidade de que n fótons sejam detetados no contador i caso a partícula seja do tipo α é dada pela distribuição de Poisson,

$$f_{\alpha,i} = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!} \tag{5.5}$$

Momentum (GeV)	Partícula	Emite em C1	Emite em C2	Discriminação
0 - 6	π K p			–
6 - 11	π K p	$\surd$		$\pi/(K,p)$
11 - 20	π K p	$\surd$	$\surd$	$\pi/(K,p)$
20 - 36	π K p	$\surd$ $\surd$	$\surd$	$\pi/K/p$
36 - 38	π K p	$\surd$ $\surd$	$\surd$ $\surd$	$(\pi,K)/p$
38 - 69	π K p	$\surd$ $\surd$ $\surd$	$\surd$ $\surd$	$(\pi,K)/p$
> 69	π K p	$\surd$ $\surd$ $\surd$	$\surd$ $\surd$ $\surd$	–

Tabela 5.3: Intervalos de *momentum* para os quais os detetores Čerenkov podem discriminar entre píons, káons e prótons.

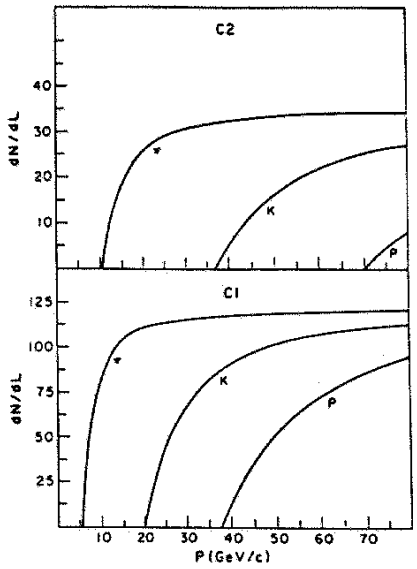

Figura 5.8: Número de fótons emitidos por unidade de comprimento do contador em função do *momentum* da partícula.

Tipo de partícula	Probabilidade *a priori*
e	0.02
μ	0.01
π	0.81
K	0.12
p	0.04

Tabela 5.4: Probabilidades *a priori* para cada partícula em um evento típico da E791.

onde μ é o número esperado de fótons emitidos pela particula de tipo α. Para combinar as medidas de ambos contadores C1 e C2, multiplicamos as probabilidades individuais, $f_\alpha = f_{\alpha,1} f_{\alpha,2}$. Podemos então escrever a probabilidade P_α de que uma determinada partícula seja do tipo α:

$$P_\alpha = \frac{f_\alpha A_\alpha}{\sum_{k=1}^{5} f_k A_k} \ . \tag{5.6}$$

Na equação anterior, introduzimos uma probabilidade *a priori* A_k, baseada na abundância típica de cada tipo de partícula em um evento da E791. Na tabela 5.4 apresentamos os valores de A_k para cada tipo de partícula.

5.2.6 Os Calorímetros

Os calorímetros são detetores amplamente usados em experimentos de altas energias. Ao contrário dos detetores descritos anteriormente, estes detetores são capazes de detetar partículas neutras, bem como auxiliar no processo de identificação de léptons e hádrons. Além disto, na E791 em particular, estes detetores tiveram fundamental importância no sistema de seleção de eventos em tempo real (também chamado sistema de *trigger*, ou *gatilho*), como descreveremos mais adiante.

Um calorímetro é um detetor capaz de medir a energia total depositada por uma partícula que o atravessa. Desta forma, em geral é constituído de grande quantidade de material, para favorecer que a partícula interaja, formando um chuveiro de partículas de energia mais baixa, que então podem seguir interagindo, formando novas partículas. Este processo segue até que a energia das partículas seja pequena para produzir outras. Uma fração da energia total depositada, proporcional à energia incidente, é detetada sob forma de radiação. Diferentes partículas possuem distintos padrões de deposição de energia, e é esta característica que permite que os calorímetros sejam utilizados na identificação de partículas.

Na E791, foram usados dois calorímetros: o SLIC (*Segmented Liquid Ionization Calorimeter*), que é um calorímetro eletromagnético, e o Hadrômetro, para medir a energia depositada por hádrons. Ambos foram usados como parte do sistema *trigger*.

O SLIC

O SLIC era um grande calorímetro de cintilador líquido usado para detetar chuveiros eletromagnéticos provenientes de fótons e elétrons.

Acima de 100 MeV, a interação com a matéria é dominada pelo processo de criação de pares elétron-pósitron, para os fótons e de *bremsstrahlung*, para os elétrons. Elétrons atravessando um meio qualquer emitem fótons por *bremsstrahlung*, que se convertem em pares e^+e^-, que, por sua vez, emitem novos fótons, num processo em cascata denominado chuveiro eletromagnético. Este processo de produção de pares e radiação se repete até que toda a energia da partícula incidente (elétron ou fóton) tenha se depositado.

O SLIC era composto de 60 finas camadas de chumbo (radiador), alternadas com 60 camadas de cintilador líquido (detetor dos elétrons e pósitrons no chuveiro). Todo este material correspondia a 20 comprimentos de radiação. As camadas estavam dispostas em três orientações espaciais, u, x e y (a exemplo das câmaras de arrasto), dispostas alternadamente, a fim de determinar, sem ambiguidade, a posição do chuveiro no espaço. Ao todo eram 20 camadas por vista. Cada camada de cintilador e radiador tinha $1,27\ cm$ e $0,63\ cm$, respectivamente. Cada camada de cintilador era segmentada por placas corrugadas de alumínio, em forma de onda quadrada, como mostrado na figura 5.9. A largura da corrugação era de $3,17\ cm$ em qualquer das três vistas e cada corrugação correspondia a um canal independente. A figura 5.10 apresenta detalhes de sua estrutura interna.

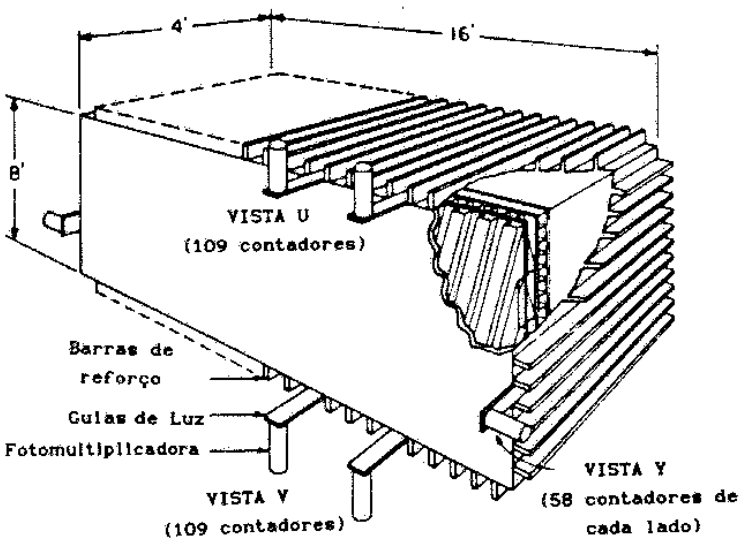

Figura 5.9: Visão em perspectiva do SLIC.

A luz gerada nas camadas de cintilador eram propagadas ao longo das corrugações de alumínio e, então, coletada por fototubos e convertida em pulsos de corrente lineares. A energia depositada pela partícula era obtida por ser proporcional à luz coletada no fototubo.

Um chuveiro eletromagnético típico estava, na maioria das vezes, completamente contido em 5 contadores. Os 20 comprimentos de radiação eram suficientes para conter mais de 99% da energia da partícula incidente. Hádrons também interagiam com o SLIC, mas

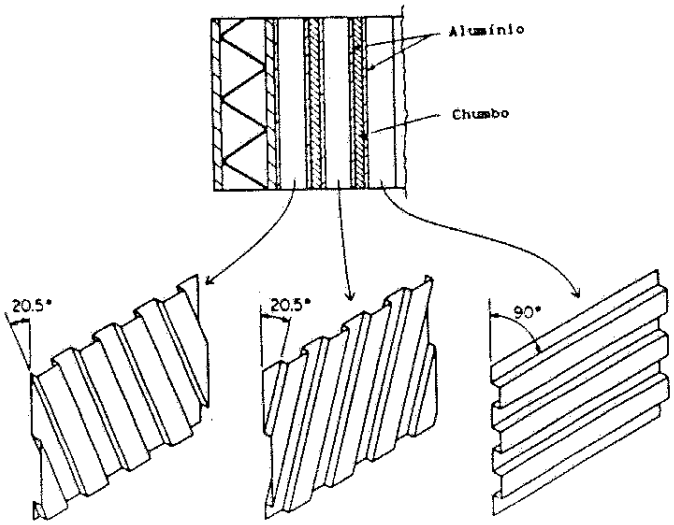

Figura 5.10: Seção do SLIC mostrando as corrugações em seu interior.

um chuveiro hadrônico era cerca de duas vezes mais largo que um chuveiro eletromagnético e portanto era fácil discriminá-los. A resolução de energia obtida foi

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2 \cong \left(\frac{17,4\%}{\sqrt{E}}\right)^2 + (11,5\%)^2 \ .$$

O Hadrômetro

O Hadrômetro era um calorímetro de cintilador de acrílico e aço localizado logo após o SLIC; seu objetivo era a medição da energia de hádrons, através da formação de chuveiros hadrônicos.

O processo físico envolvido na interação de hádrons com a matéria é consideravelmente diferente dos processos eletromagnéticos. Cerca de 50% da energia incidente do hádron é transferida para hádrons secundários produzidos por interações fortes com os núcleos do material, enquanto que o restante da energia é gasto na produção de píons neutros (entre outros processos). Estes hádrons secundários são produzidos com alto momento transverso (~ 350 MeV/c), e é devido a isto que os chuveiros hadrônicos se apresentam mais largos.

Dividido em dois módulos, o Hadrômetro tinha estrutura semelhante à do SLIC. Cada módulo era composto de 18 camadas de aço alternadas com 18 camadas de cintilador de acrílico dispostas nas vistas x e y. O total de material nos dois módulos correspondia

a 6 comprimentos de interação, o que fazia com que a quase totalidade dos chuveiros hadrônicos estivesse contida no calorímetro. Havia, em cada módulo, 33 canais de leitura para a vista x e 38 canais para a vista y. Similarmente ao SLIC, cada canal agrupava as 9 camadas de cada faixa, em cada vista. Ligeiramente maior que o SLIC, sua área transversa à direção do feixe era de $\sim 13\ m^2$. Um único fototubo coletava a luz produzida ao longo da direção **z**. A figura 5.11 ilustra o Hadrômetro.

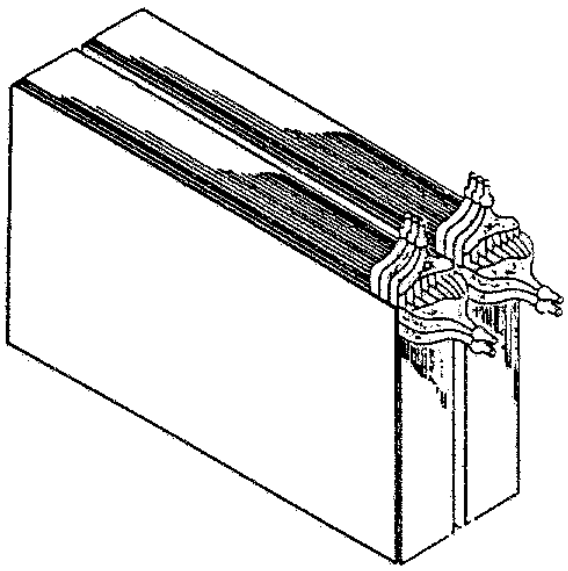

Figura 5.11: O Calorímetro hadrônico.

Menos de 1% da energia dos chuveiros eletromagnéticos atingia o Hadrômetro, informação que foi utilizada como veto na identificação de elétrons. Já os múons produziam um sinal fraco, porém constante, com apenas uma pequena fração de sua energia depositada neste detetor.

A resolução de energia do Hadrômetro foi $\frac{75\%}{\sqrt{E}}$ e a resolução na posição dos chuveiros foi de 5 cm, o que fez com que o Hadrômetro não tenha se apresentado muito útil na reconstrução de hádrons neutros. A função principal do Hadrômetro foi, de fato, fornecer informação para o *trigger* de energia transversa (E_t) e impor vínculos adicionais à reconstrução de léptons.

5.2.7 O Sistema de Deteção de Múons

Como visto na subseção anterior, hádrons perdem, essencialmente, toda sua energia via interação forte nos calorímetros, enquanto fótons e elétrons interagem no SLIC, também com perda quase total de sua energia. Assim, a maioria das partículas é completamente absorvida nos calorímetros. Múons interagem, basicamente, através de ionização e, consequentemente, retêm grande parte de sua energia mesmo após a passagem pelos dois calorímetros. Estas partículas podem ser facilmente detetadas através de placas cintiladoras conectadas a fototubos.

O sistema de deteção de múons da E791 era constituído de dois blocos, X e Y, feitos de placas de cintilador plástico localizadas no fim do espectrômetro, logo atrás de uma parede de aço de 102 cm de espessura (correspondendo a 6 comprimentos de interação), colocada para impedir a passagem de eventuais hádrons que não fossem completamente absorvidos nos calorímetros. Com isto, somente múons estariam aptos a chegar até os blocos X e Y.

O detetor X, anterior ao Y, era constituída de 15 placas: doze delas, nas laterais, tinham 41 cm de largura e as outras três, na região central, tinham 61 cm de largura, como mostrado na figura 5.12. Cada placa estava conectada a uma fotomultiplicadora via um guia de ondas. Os pulsos elétricos dos fototubos eram enviados a discriminadores e, em seguida, o sinal discriminado era enviado às TDC (*Time to Digital Converter*) que permitiam determinar a posição y (longitudinal) da partícula incidente.

Entre os blocos X e Y, havia uma grande parede de concreto. Quatro outros cintiladores cobriam a região central da parede X, a fim de diminuir a taxa de ruído desta área.

O detetor Y tinha configuração mais simplificada. Possuía 16 placas de 3 m de comprimento e $14,2$ cm de largura, como mostrado na figura 5.13. Como para o detetor X, a cada placa estava conectado um fototubo e através das TDCs se podia obter a posição x (longitudinal) da partícula incidente.

As resoluções espaciais na direção x foram $11,7$ cm e 25 cm, respectivamente, para os detetores X e Y, enquanto que as resoluções em y foram 45 cm e $3,5$ cm. As eficiências

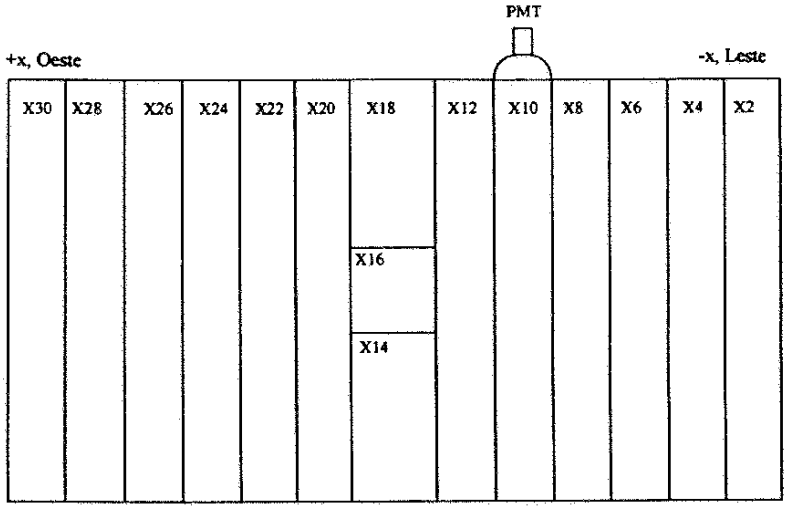

Figura 5.12: Visão frontal do bloco X.

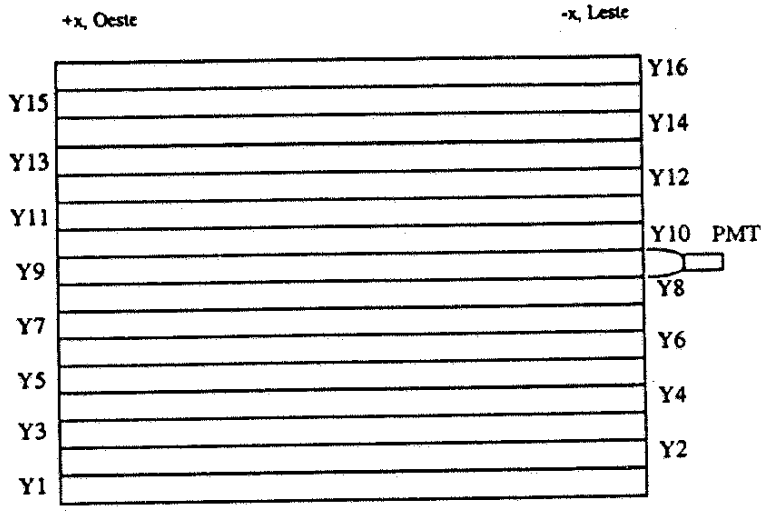

Figura 5.13: Visão frontal do bloco Y.

de deteção de múons para cada placa foram 70% e 100% para as paredes X e Y, respectivamente.

5.3 O Trigger da E791

O objetivo da E791 foi o de coletar uma grande amostra de dados com um critério de seleção em tempo real (*trigger*) muito pouco restritivo, devido à dificuldade em reconhecer eventos charmosos no momento de sua produção. Uma seleção mais criteriosa poderia ser feita então adiante, quando tempo e capacidades computacionais estariam mais disponíveis. Em compensação, uma das conseqüências imediatas da opção por um *trigger* "aberto" é a necessidade de um sistema de aquisição de dados com capacidade de coletar e gravar os dados em uma taxa bastante alta, assunto que discutiremos na próxima seção.

O sistema de *trigger* foi dividido em dois passos: um pré-*trigger*, com duração de 160 ns, baseado na qualidade do feixe, e o *trigger* secundário, baseado na calorimetria, com tempo de resposta 470 ns.

O pré-*trigger* buscava garantir boas condições do feixe, bem como a ocorrência de interação hadrônica. Consistia de três contadores de cintilação localizados nas vizinhanças do alvo. O primeiro, antes do alvo, era usado para vetar eventos em que mais de um píon houvesse interagido. O próximo, também anterior ao alvo, possuía um furo de $0,95\ cm$ de diâmetro e era usado para vetar eventos que contivessem partículas longe do eixo do feixe. O último, após o alvo, era usado para determinar se a interação havia ocorrido. Isto era determinado requerendo que o sinal obtido fosse pelo menos 4-5 vezes o sinal mínimo de uma partícula. A configuração do sistema de pré-trigger está mostrada na figura 5.14.

A estratégia do *trigger* de calorimetria, ou *trigger* de *energia transversa* (ET), utilizada para selecionar eventos charmosos estava baseada no fato de que os pares $\mathbf{c\bar{c}}$ são, em comparação com quarks mais leves, produzidos com alto momento transversal em relação à linha do feixe. Obtinha-se a energia transversa do evento como uma soma ponderada dos sinais dos calorímetros - maior peso era dado a sinais mais afastados do eixo do feixe. Eventos com energia transversa inferior a 3 GeV eram vetados.

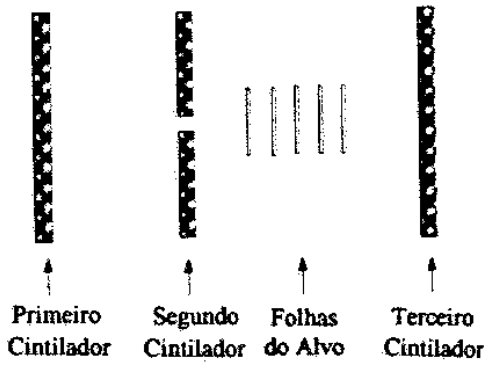

Figura 5.14: Esquema dos cintiladores responsáveis pelo pré-*trigger*.

O *trigger* de ET era também utilizado para vetar eventos com energia total superior a 700 GeV, indicativo da presença de mais de uma interação. O corte foi estabelecido acima do valor nominal de 500 GeV do feixe para permitir flutuações da energia medida.

5.4 O Sistema de Aquisição de Dados

Como dito anteriormente, por ter um *trigger* aberto, os eventos coletados tinham que ser gravados a uma alta velocidade. O sistema de aquisição de dados (DA) da E791 [39], totalmente novo em relação às experiências predecessoras do TPL, tinha como objetivo chegar a gravar um evento pelo menos 10 vezes mais rápido que a experiência anterior, E769.

O DA, esquematizado na figura 5.15, funcionou de tal forma que os eventos eram processados durante o *spill* e o intervalo entre *spills*, ou seja, operando continuamente. Para isto, utilizou-se um conjunto de módulos de memória projetados e construídos no Fermilab, chamados EFB (*Event Fifo Buffer*), com capacidade de armazenar 640 Mb e capaz de receber eventos dos digitalizadores a uma taxa de 100 Mb/s.

A saída de cada EFB estava conectada a 6 módulos EBI (*Event Buffer Interface*), em 6 bastidores VME. Os EBIs eram interfaces entre os armazenadores EFBs e os módulos ACP (*Advanced Computing Project* - um sistema multi-processador em paralelo) eram responsáveis por processar os eventos e mandá-los para as fitas, sendo um total de 9 módulos ACP por bastidor. A gravação dos eventos nas fitas era gerenciada por contro-

ladores MTC (*Magnetic Tape Controller*) e feita em paralelo. As unidades de fita usadas foram da Exabyte que escreviam em cassetes de 8 *mm* com capacidade para 2,3 Gb. Cada bastidor possuía dois controladores ligados a 3 e 4 exabytes cada, com um total de 42 exabytes no sistema inteiro. Em condições normais na tomada de dados, ao final de 3 horas as 42 fitas eram trocadas ao mesmo tempo por um operador humano.

Com este sistema de aquisição de dados foi possível ler os eventos numa taxa de 8.700 eventos por segundo em cada *spill*, ou 26 Mb/s. Para todo o processo (contínuo) de ler, processar e gravar os eventos, a taxa obtida foi de 9.6 Mb/s. Com 5 meses de tomada de dados, foram gravados 20 bilhões de eventos em 24.000 fitas de 8 *mm*.

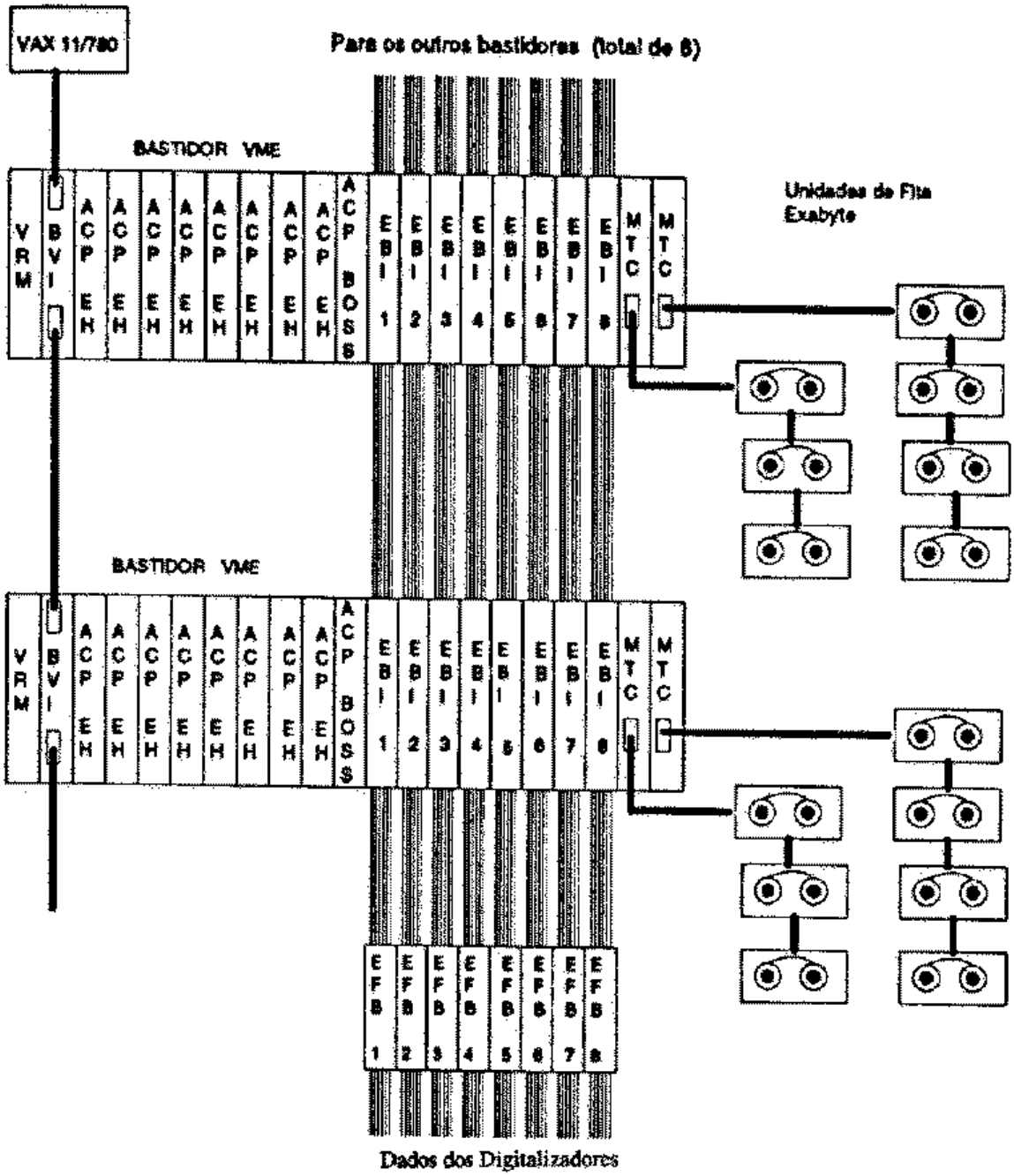

Figura 5.15: Componentes do Sistema de Aquisição de Dados da E791.

Capítulo 6

A Seleção da Amostra Charmosa

No capítulo anterior discutimos a filosofia do experimento E791 de coletar uma grande quantidade de eventos, com critérios de seleção pouco restritivos. Como consequência, foi necessário fazer sucessivas "filtragens" ao conjunto de dados com o objetivo de selecionar a amostra charmosa.

Neste capítulo descrevemos o processo de seleção de eventos, a partir dos 20 bilhões originais, que possibilitaram chegar à amostra final utilizada para a análise de dados. Ao final do capítulo, descrevemos o método de obtenção de eventos de simulação ou Monte Carlo, que é fundamental nos processos subsequentes de análise.

6.1 Reconstrução e Filtro

Chamamos de reconstrução a tradução dos dados brutos, obtidos como sinais eletrônicos através do sistema de aquisição de dados, em quantidades físicas como energias, *momenta*, trajetórias (traços), cargas, etc. No experimento E791, durante o processo de reconstrução uma primeira seleção, ou filtro, era realizada conjuntamente. Reconstrução e filtro significaram uma parte importante do esforço computacional requerido para a análise de dados. Para a amostra obtida pela E791, foram necessários 2 anos para que todas as 24.000 fitas de dados brutos (fitas RAW) fossem processadas.

A reconstrução dos eventos foi realizada em três laboratórios nos EUA – Fermilab, Kansas State University e University of Mississippi – e no Brasil nas instalações do LAFEX/CBPF. Na tabela 6.1, mostramos a divisão do esforço computacional entre estas

instituições. A quantidade de dados processados na E791 foi maior que a quantidade processada nas diversas experiências realizadas em aneis de colisão [40] (tabela 6.2).

Instituição	Total de eventos reconstruídos (bilhões)
LAFEX/CBPF	1,8
Fermilab	4,7
Ohio/Kansas State University	6,2
University of Mississippi	6,4

Tabela 6.1: Número de eventos reconstruídos nas diferentes instituições.

Experiência	Eventos Coletados (milhões)	Eventos Coletados Terabytes	Período de Coleta
FNAL E791	20.000	50	7/91 - 1/92
FNAL CDF	95	10	10/85 - 12/95
FNAL D0	80	40	2/92 - 12/95
HERA H1	70	2,5	5/92 - 12/95
HERA ZEUS	50	5	5/92 - 12/95
LEP ALEPH	60	1,7	8/89 - 11/95
LEP DELPHI	~ 30	~ 5	8/89 -11/95
LEP L3	83	3,4	8/89 - 11/95
LEP OPAL	102	1,5	8/89 - 11/95
CESR CLEO	600	5	10/79 - 12/95

Tabela 6.2: Comparação da quantidade de dados processados na E791 com diversas experiências realizadas em anel de colisão.

O processo de reconstrução e filtro funcionou da seguinte maneira. Para cada evento, primeiramente todos os traços carregados eram reconstruídos (através das informações dos SMD, câmaras de arrasto e magnetos). Em seguida, buscava-se encontrar possíveis vértices a partir da interseção dos traços. O vértice primário era aquele que contivesse o maior número de traços localizado em uma das folhas do alvo. Vértices secundários eram formados por dois ou mais traços após o primário. Esta informação era usada para decidir se o evento deveria ou não ser selecionado. Somente a partir deste primeiro critério, o evento era totalmente reconstruído, ou seja, eram processadas as informações vindas de cada um dos demais detetores.

O filtro selecionava diversos tipos de eventos, de acordo com as possíveis análises a serem realizadas posteriormente. Os critérios eram os seguintes:

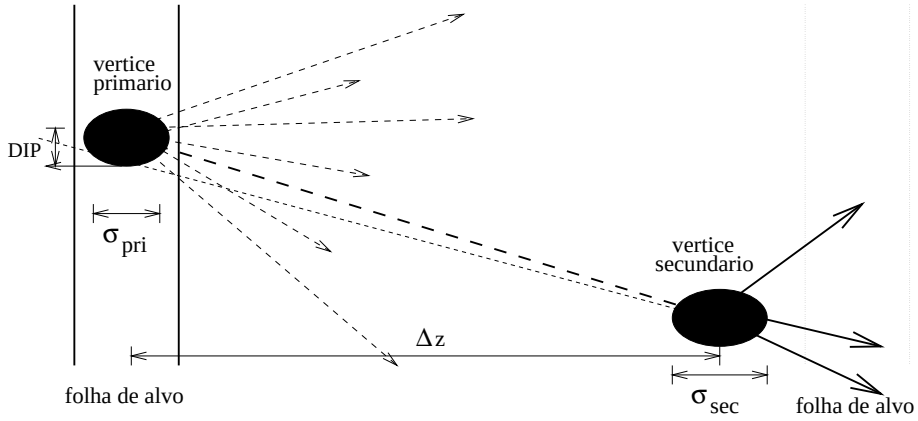

Figura 6.1: Representação de um evento típico reconstruído da E791 na região dos alvos.

- A presença de um vértice de dois traços cuja distância ao vértice primário, na direção z, fosse pelo menos seis vezes maior que o erro associado a esta medida.
- A presença de um vértice de três ou mais traços cuja distância ao vértice primário, na direção z, fosse pelo menos quatro vezes maior que o erro associado a esta medida.
- A presença de um K_s ou um Λ que houvesse decaído na região posterior a dos SMDs.
- A presença de um ϕ associado a traços que houvessem sido reconstruídos com informação dos SMDs e câmaras de arrasto.

Após reconstrução e filtro, os dados, armazenados em fitas chamadas DST (*Data Summary Tapes*), estavam em formato tal que, para cada evento, se encontrava uma lista dos vértices e dos traços reconstruídos. Para cada traço, estavam associadas informações provenientes dos outros vários detetores, como carga, *momentum*, energia e identificação.

Reconstrução e filtro possibilitaram que a amostra original fosse reduzida de um fator 5,5.

6.2 As Variáveis Usadas na Seleção dos Eventos

Vamos definir a seguir uma série de variáveis que foram usadas como cortes (restrições) para a obtenção das sub-amostras que serão descritas porteriormente. A definição de algumas destas variáveis fica mais clara observando a figura 6.1.

- **SDZ** - Esta variável é uma medida da separação entre o vértice primário e um determinado vértice secundário. É dada pela razão entre a diferença das coordenadas z dos dois vértices (Δz) e a incerteza (σ_z) associada a esta diferença, ou seja:

$$SDZ = \frac{\Delta z}{\sigma_z} \quad , \quad \sigma_z = \sqrt{\sigma_{pr}^2 + \sigma_{sec}^2}. \tag{6.1}$$

  Esta variável representa, portanto, a significância estatística na separação entre os vértices. Como a distância percorrida pela partícula associada é proporcional ao seu *momentum*, bem como a determinação das incertezas dos vértices, a variável SDZ minimiza uma dependência com relação ao *momentum* da partícula que decai. Cortes nesta variável são extremamente eficazes para eliminar combinações aleatórias de traços, ou *background* combinatorial.

- **CAT** - Categoria do traço. Esta variável indica em quais câmaras de arrasto um determinado traço foi visto, associando a cada câmara um bit. Desta forma um traço que tenha sido visto em todas as câmaras será de categoria 15 ($2^0+2^1+2^2+2^3 = 15$), enquanto que um traço de categoria 3 ($2^0 + 2^1 = 3$), por exemplo, representa uma partícula vista apenas em D1 e D2. Os traços de categoria 7 e 15 passaram por ambos magnetos e, portanto, têm seus *momenta* melhor determinados do que os traços de categoria 3.

- **PTBAL** - Esta variável representa a projeção da soma dos *momenta* dos três traços transversalmente à direção definida pelos vértices primário e secundário. Assim sendo, a variável PTBAL deve ser próxima de zero para decaimentos em 3 corpos, visto que o *momentum* total dos três traços estaria na mesma direção que a partícula responsável pelo decaimento.

- **DIP** - É o parâmetro de impacto da trajetória reconstruída do candidato a méson charmoso em relação ao vértice primário. Esta variável é medida no plano xy. Para um evento charmoso, espera-se que DIP seja pequena. Esta variável é muito eficaz na rejeição do *background* pois é pouco provável que combinações aleatórias de traços apontem na direção do vértice primário.

- **RATIO** - É definida como o produtório das razões das distâncias ao primário e ao secundário de cada traço, ou seja:

$$RATIO = \prod_{i=1}^{n^o\ de\ tracos} \frac{(dist.\ ao\ sec.)_i}{(dist.\ ao\ prim.)_i} \tag{6.2}$$

  Este corte pretende evitar que os candidatos a traços de vértices secundários sejam, na realidade, oriundos do vértice primário.

- **DZTARG** - Define a distância em z entre o vértice secundário e o alvo mais próximo. O objetivo desse corte é o de evitar que o vértice secundário se situe dentro do alvo.

- **SIGMA** - Esta variável, assim como DZTARG, tem como objetivo prevenir que o vértice secundário se situe dentro das folhas do alvo. É uma medida, em unidades de erro da determinação da posição do vértice, do afastamento deste em relação ao alvo mais próximo. Se estiver dentro do alvo, SIGMA terá valor negativo.

- **XIS** - A variável XIS é o valor de χ^2 por grau de liberdade do ajuste de mínimos quadrados obtido para cada traço e representa, portanto, a qualidade deste ajuste.

- **CHISEC** - Como para os traços, os vértices também são obtidos por ajustes por mínimos quadrados. CHISEC é o valor de χ^2 por grau de liberdade no ajuste do vértice secundário.

- **NTAU** - A partir de Δz e do *momentum* total dos três traços, pode-se calcular o número de vidas médias que a partícula percorreu entre os vértices. NTAU é calculado admitindo que esta partícula é um D^+ (ou D^-). Assim sendo, temos:

$$NTAU = \frac{m_D\ \Delta z}{c\ \tau\ P_{\rm tot}} \tag{6.3}$$

  onde m_D é a massa do D^+ em GeV/c^2, τ a vida média do D^+ e $P_{\rm tot}$ o *momentum* total dos três traços.

- $\mathbf{x_F}$ - No sistema de centro de massa (CM) da reação feixe-alvo ($\pi - p(n)$), x_F é definido como $p_z/p_{z(\max)}$, onde p_z é a componente longitudinal do *momentum* do candidato a D em relação à direção do feixe e $p_{z(\max)}$ é seu máximo valor possível ($p_{z(\max)} \sim \sqrt{s}/2$).

- $\mathbf{p_T^2}$ - *Momentum* transverso quadrado do candidato a D.

- **CPRB2(i)** - É a probabilidade, dada pelo Čerenkov, do traço a que se refere ser a partícula do tipo i, onde i assume os valores de 1 a 5, respectivamente elétron, múon, píon, káon e próton. Cada partícula carregada tem 5 valores de probabilidade associados correspondendo a cada uma das hipóteses. Nos casos em que o Čerenkov não é capaz de definir nada sobre a partícula, a ela são associados valores de probabilidade *a priori* mostradas no capítulo anterior, tabela 5.4.

  Um exemplo de distribuição da variável CPRB2 - ou probabilidade Čerenkov - é apresentada na figura 6.2 para a hipótese de um káon e mostra claramente três picos. O pico em 0,12 representa os traços sobre os quais os detetores Čerenkov não forneceram qualquer informação relevante e aos quais, por esta razão, foi associada a probabilidade *a priori* (como discutido na seção 5.2.5). Quanto aos picos em zero e 0,75, são devidos, respectivamente, aos traços identificados inequivocamente como não sendo káons e aos traços inequivocamente identificados como não sendo píons.

  Só vamos utilizar neste trabalho CPRB2(4), ou seja, identificação para káons. O candidato a káon no decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ é sempre o traço de carga oposta ao méson D. De aqui em diante neste texto, estaremos indexando o candidato a káon por traço número 1, enquanto os restantes dois traços, candidatos a píon, serão indexados por traços 2 e 3. Assim sendo, nos referimos à variável PCK1 para identificação de káon no traço 1.

6.3 A Strip da E791

O primeiro passo de redução da amostra dos eventos contidos nas DSTs é denominada *Strip* da E791. O eventos selecionados durante a *strip* são armazenados, de acordo com

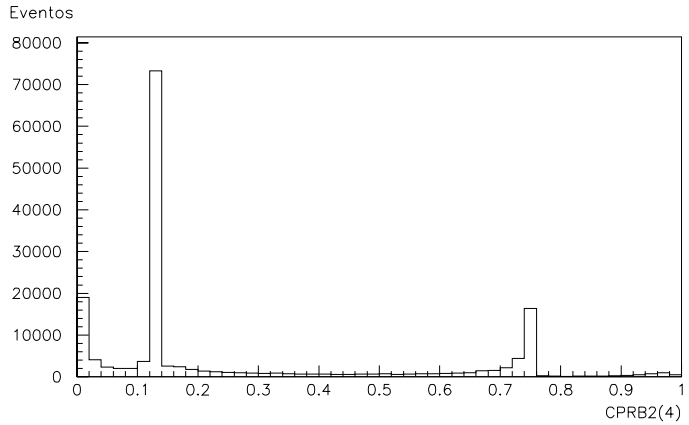

Figura 6.2: Distribuição da variável CPRB2(4), a probabilidade de um traço ser um káon.

diferentes critérios de seleção, em dois subconjuntos de dados, *stream A* e *stream B*. O primeiro subconjunto é composto, basicamente, por eventos que possuem uma boa separação entre os vértices primário e secundário, enquanto que o segundo é composto por eventos que contenham partículas de longa vida média, como K_s^0 ou Λ, que, em sua maioria, decaem após os SMDs. A análise descrita nesta tese utilizou eventos selecionados pelo *stream A*. Os critérios de seleção para o *stream* A dependiam do número de traços no vértice. Para os vértices de 3 traços, era exigido:

- Soma das cargas dos três traços igual a ± 1
- CAT ≥ 3 para os três traços
- XIS $< 6{,}5$ para os três traços
- SDZ > 5
- PTBAL $< 1{,}0$ GeV/c
- NTAU ≤ 5
- |DZTARG| $> 0{,}15$ cm

A *Strip* da E791 possibilitou, ao total, uma rejeição de 70% dos dados que passaram pelo filtro.

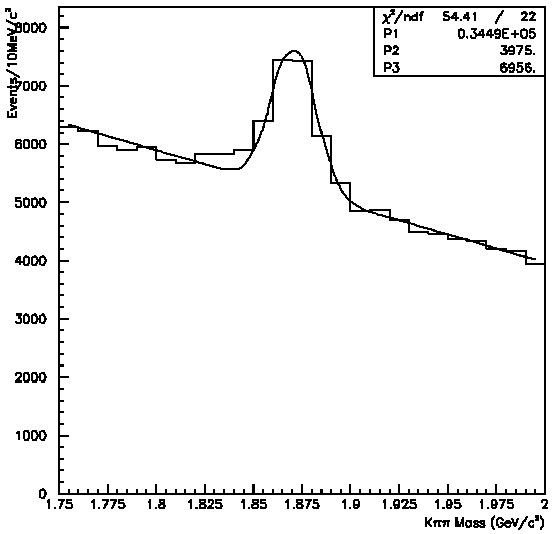

Figura 6.3: Sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ após passar pela seleção da *Strip* da E791. Corresponde a cerca de 15% do total da amostra.

Na figura 6.3 mostramos o espectro de massa $K\pi\pi$ obtido ao associar a massa do káon ao traço 1 e a massa do píon aos traços 2 e 3. O sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ é claro, entretanto o nível de *background* é ainda muito alto e, portanto, novos processos de seleção são necessários.

6.4 Sub-Strip de Vértices 3 traços

Uma subsequente etapa de redução da amostra foi, a partir da *Strip* da E791, selecionar somente eventos que contivessem um (ou mais) vértice secundário de 3 traços com determinadas características. Esta seleção foi concebida para o estudo particular de alguns decaimentos hadrônicos e semi-leptônicos dos mésons $D^\pm$ e $D_s^\pm$. Foram selecionados eventos que passavam pelos seguintes cortes:

- Momento de cada traço < 500 GeV
- PTBAL $< 0{,}25$ GeV
- SDZ > 8
- DIP $< 0{,}01\ cm$

- Tempo de Vida Médio $< \ 5\ ps$
- XIS < 5 para cada traço
- CHISEC < 9
- SIGMA > 2
- Posição do vértice primário $< \ -0,35\ cm$. Este corte evita que o ponto de interação esteja fora da região dos alvos, que estão localizados antes de $z = -1\ cm$.
- Para o canal $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$, exigia-se que a massa invariante deste sistema estivesse dentro de um intervalo de 1,7 a 2,1 GeV. Para tanto, associava-se a massa do káon ao traço 1 (carga oposta ao D) e a massa do píon aos traços 2 e 3.

A sub-*strip* de vértices de 3 traços era composta de apenas 4 fitas de 8 mm e representava, portanto, uma amostra de fácil manuseio.

6.5 A *N-upla* de $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$

A partir das 4 fitas da sub-*strip* de vértices de 3 traços, foi feita uma última seleção de forma a ter uma amostra de eventos de $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$ suficientemente limpa e que pudesse ser armazenada em um banco de dados de fácil acesso. Este banco de dados, chamado *N-upla*, contém, para cada evento, os valores das variáveis consideradas relevantes para a análise dos dados. O acesso às informações contidas na *N-upla* é feito através do PAW (*Physics Analysis Workstation*), um pacote gráfico da biblioteca do CERN que permite fazer uma análise gráfica dos dados a partir das variáveis presentes.

A *N-upla* da amostra de $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$ usada neste trabalho foi obtida impondo-se os seguintes cortes adicionais à sub-*strip* de 3 traços:

- SDZ > 15
- DIP $< 40\ \mu\ m$
- RATIO < 0.003

- CAT ≥ 3 para os três traços
- Posição do vértice primário $< \ -0,4\ cm$
- $x_F \ < \ 0,3$
- $p_T^2 \ < \ 8$ GeV^2
- Massa Invariante do sistema ($K\pi\pi$) entre 1.75 e 2.00 GeV [1]

Tais cortes fornecem uma boa relação sinal/*background* e estão bem estabelecidos para a análise de decaimentos de D^+ com os dados da E791. A amostra ficou reduzida, assim, a 92364 eventos. O espectro de massa $K\pi\pi$ é mostrado na figura 6.4. Podemos observar qualitativamente uma relação sinal/*background* da ordem de 6:1 na região do sinal. É interessante comparar esta distribuição com aquela obtida após a Strip da E791, mostrada na figura 6.3.

Entretanto, para uma análise de Dalitz Plot em particular, devemos tentar reduzir ao máximo a contaminação devido a eventos de *background*, pois a parametrização de tal contribuição no Dalitz Plot pode se tornar uma fonte importante de erros sistemáticos.

Poderíamos seguir fazendo exigências mais restritivas com relação à qualidade do vértice e dos traços como forma de diminuir mais o *background*. Porém, até este ponto, nenhuma identificação das partículas do vértice secundário foi requerida. Desta forma, estudamos a rejeição do *background* ao aplicar um corte de Čerenkov.

Em particular, estudamos o efeito do corte PCK1. Como vimos anteriormente, a probabilidade *a priori* para um traço ser identificado como káon é 0,13: é a partir deste valor, inclusive, que PCK1 pode ser efetivo na eliminação de *background*. Exigir, entretanto, um alto valor para PCK1 significa perder muito na quantidade de eventos de sinal. Encontramos uma boa relação sinal/*background* para um corte PCK1>0,2. Junto a este corte, fizemos um corte no *momentum* do traço 1, para que esteja dentro da região que possibilite uma melhor performance do Čerenkov: de 6 a 40 GeV. Podemos ver na

[1] Aqui usamos mesma associação de traços descrita na seção anterior. A menos que se diga explicitamente o contrário, a massa invariante do sistema ($K\pi\pi$) sempre é obtida com aquela convenção.

figura 6.5 que a relação sinal/*background* melhora substancialmente (15:1), com o custo de perder cerca de 40% do sinal. Nossa amostra é agora composta de 32973 eventos.

Esta será, então, a amostra a ser utilizada nos próximos capítulos.

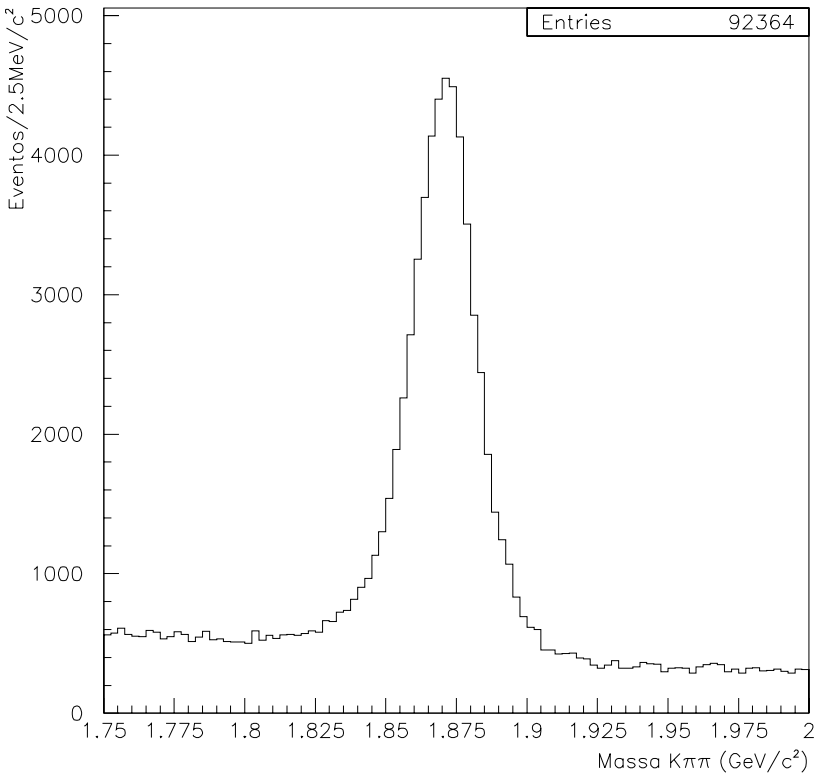

Figura 6.4: Sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ após passar pelos cortes a nível de *N-upla*.

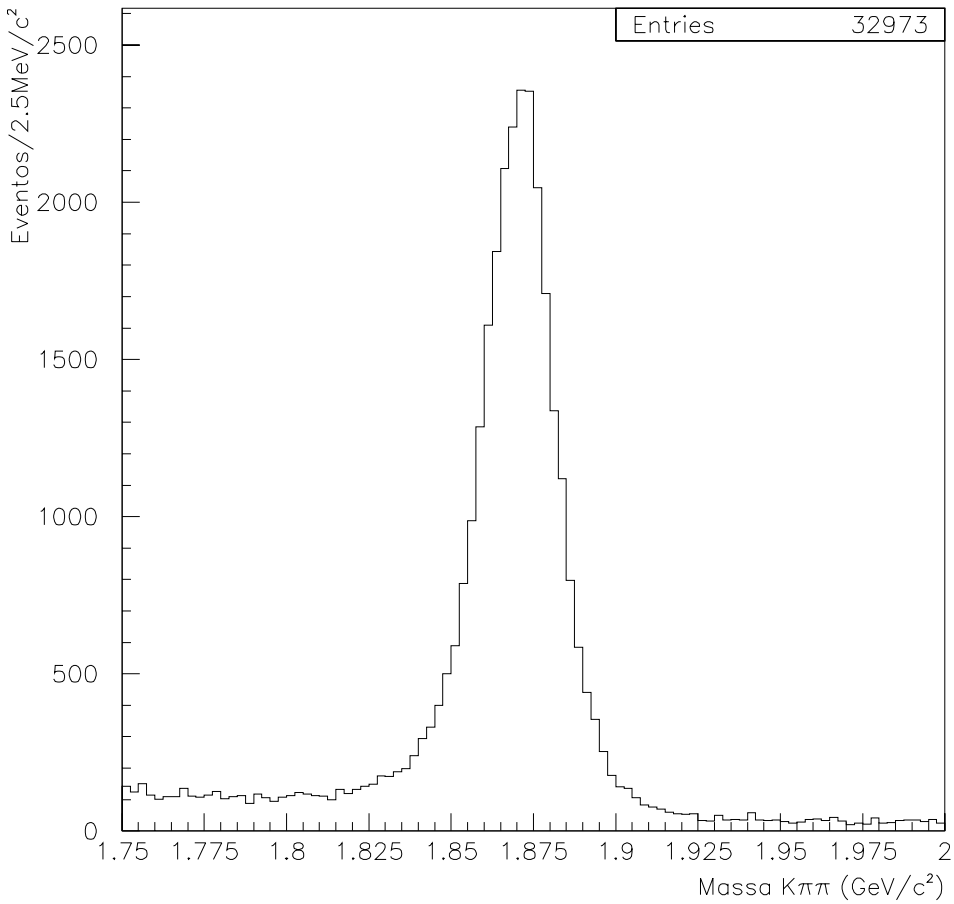

Figura 6.5: Sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ após passar pelos cortes a nível de *N-upla* e corte de identificação para o káon. Corresponde à amostra final.

6.6 Monte Carlo da E791

O programa de Monte Carlo da E791 (MC791) tem o objetivo de simular, da melhor forma possível, todas as etapas do experimento, desde a interação do feixe com o alvo até a passagem das partículas pelo detetor. Consiste basicamente de três etapas: 1) geração do evento via mecanismos de fusão de glúons e aniquilação de quarks; 2) hadronização dos quarks e glúons produzidos em partículas observáveis e posteriores decaimentos; 3) simulação da passagem das partículas pelo espectrômetro.

Os processos de geração e hadronização dos eventos na E791 foram obtidos através dos pacotes PYTHIA 5.6 e JETSET 7.3 [41], desenvolvidos no CERN. O gerador PYTHIA cria um par $\mathbf{c\bar{c}}$ através de mecanismos de produção de QCD em ordem α^2 e o programa JETSET simula a hadronização, segundo modelo de fragmentação de cordas.

Após os eventos terem sido gerados, é simulada a passagem das partículas produzidas através de todo o espectrômetro. Isto inclui a determinação das coordenadas no sistema de *tracking*, ação dos magnetos, etc. É feita então a digitalização dos eventos - transformação das informações obtidas em formato de resposta dos digitalizadores. É nesta etapa em que são incluídas as eficiências para cada detetor, ruídos, etc. Ao fim deste processo, os dados obtidos estão em mesmo formato que os dados reais antes da reconstrução. A amostra de MC791 passa, então, pelos mesmos processos que uma amostra real: reconstrução, filtro e *strip* subsequentes.

Neste trabalho, devido à alta estatística dos dados reais, foi necessário gerar uma grande amostra de eventos de MC791. A vantagem da simulação é que a amostra é praticamente livre de *background*. Isto acontece devido a que se pode exigir que cada evento produzido contenha um méson D^+ (ou D^-) e que o mesmo decaia no canal $K\pi\pi$.

Foram gerados cerca de 11 milhões de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ e outros 11 milhões de $D^- \to K^+\pi^-\pi^-$. Após passarem por todas as etapas de seleção, incluindo os cortes a nível de *N-upla* e o corte PCK1, os eventos de $D^\pm$ se apresentaram no espectro de massa $K\pi\pi$ como mostrado na figura 6.6.

Neste espectro final, vemos que o número de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ é da ordem de 10 vezes maior do que o da amostra de dados. Veremos mais adiante que esta grande amostra será de fundamental importância para a parametrização da eficiência no Dalitz Plot.

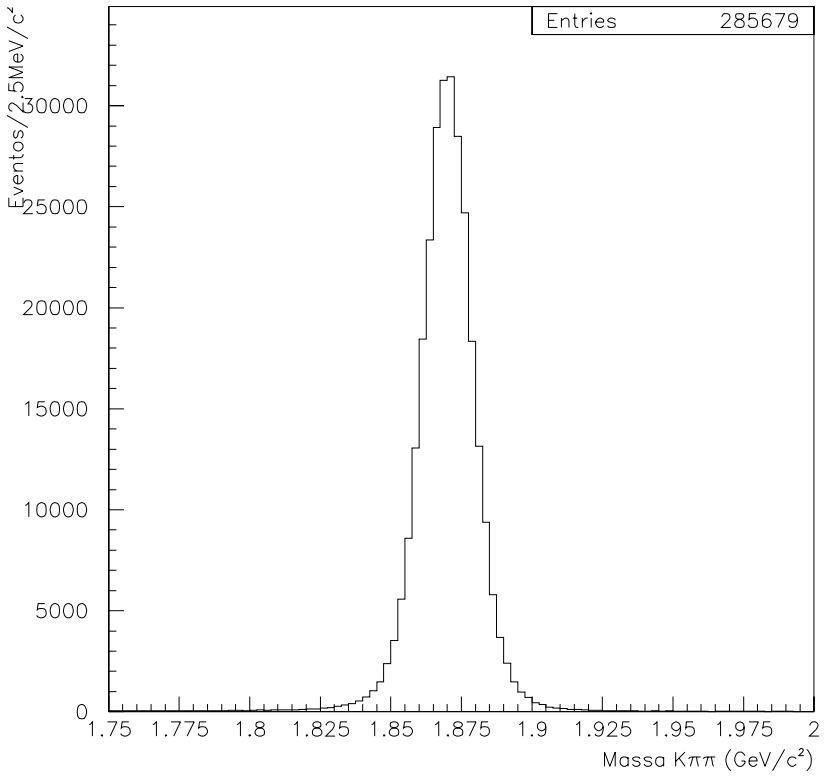

Figura 6.6: Sinal de MC791 de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$ após passar por todos os cortes, incluíndo identificação para o káon.

Capítulo 7

A Amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$

No capítulo anterior, mostramos o espectro de massa $K\pi\pi$ para eventos que passaram pelos critérios de seleção. Como discutiremos mais adiante, a análise de Dalitz Plot será feita usando eventos contidos em um intervalo de massa de 1,85 a 1,89 GeV; nesta região apenas 6% dos eventos são devidos a *background*.

Apesar da pouca quantidade, é necessário fazer um estudo criterioso das possíveis fontes *background* presentes, porque podem formar estruturas no Dalitz plot. Na primeira seção deste capítulo, descrevemos as principais fontes de *background* no nosso espectro e discutimos suas parametrizações. Também mostramos como as mesmas se manifestam no Dalitz plot.

A relação sinal/*background* varia em função da massa invariante $K\pi\pi$, como se vê claramente na figura 6.5: quanto mais afastado da massa nominal do D, cresce a probabilidade de um dado evento ser *background*. Desta maneira, veremos que é de grande importância ter esta probabilidade mapeada para o ajuste do Dalitz plot. Apresentaremos então a função de ajuste para o espectro $K\pi\pi$ onde levamos em consideração as contribuições de *background* relevantes ao estudo do Dalitz Plot.

A partir daí, discutimos a amostra que será usada para o ajuste de Dalitz Plot. Também estudamos os efeitos de imprecisões do detetor: como eficiência e resolução afetam a distribuição dos eventos no Dalitz Plot. A correção destes efeitos é de fundamental importância para a análise de Dalitz Plot, como será visto.

Uma última observação é necessária. Vários ajustes de funções a espectros de massa

serão apresentados. Em todos os casos, tais ajustes foram obtidos pela técnica de Máxima Verossimilhança aos histogramas, usando o pacote de MINUIT [42] dentro do ambiente do PAW.

7.1 Fontes de *Background*

Podemos distinguir, de uma maneira geral, duas classes de *background*. Primeiramente há o chamado *background* combinatorial, que surge da combinação acidental de três traços que satisfazem a todos os critérios de formação de um vértice secundário. Neste caso, a massa invariante $K\pi\pi$ resultante pode assumir um largo espectro de valores, sem uma concentração específica em nenhuma região.

Por outro lado, existem as fontes de *background* charmoso, também chamadas reflexões. Neste caso, o vértice secundário é devido a um decaimento charmoso real, mas o canal de decaimento não é o que se deseja estudar. É fácil entender o mecanismo pelo qual se podem confundir decaimentos de diferentes estados finais. Como havíamos dito anteriormente, encontramos a massa invariante de um vértice secundário ao atribuir a cada traço a massa de repouso de uma determinada partícula. No exemplo do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, associamos ao traço de carga oposta ao D a massa do káon, e aos outros dois traços a massa do píon. Tratando-se de uma boa associação para os três traços, esta massa será, a menos de efeitos de resolução, a massa do méson D. Imaginemos agora que o vértice secundário não se tratasse de um decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, mas, por exemplo, um decaimento $D^+ \to K^-K^+\pi^+$. Neste caso, atribuímos erroneamente a massa de um píon a um traço que era, na realidade, um káon. Como consequência, o sinal não estará centrado na massa do D, mas deslocado para uma região de mais baixa massa.

Discutimos a seguir as possíveis fontes de *background* charmoso no espectro $K\pi\pi$ e então analisamos a contribuição do *background* combinatorial.

7.1.1 As Contribuições Charmosas ao Espectro $K\pi\pi$

O canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, como sabemos, é o mais abundante decaimento do D^+ em três hádrons carregados. Outros decaimentos hadrônicos menos prováveis (com supressão de

Cabibbo) podem, entretanto, contaminar o espectro de massa $K\pi\pi$. Os principais canais charmosos que podem aparecer neste espectro de 1,75 a 2,0 GeV são:

- $D^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$
- $D^+ \to K^-K^+\pi^+$
- $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$
- $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$

Devemos estar particularmente preocupados com contaminações que se sobreponham à região de massa do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. A partir de eventos de MC791 podemos estudar em que região do espectro $K\pi\pi$ tais decaimentos se apresentam. Vamos analisar cada possível contaminação individualmente.

Um evento correspondente ao decaimento $D^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ aparecerá no espectro $K\pi\pi$ em uma região acima da massa do D^+. Isto se deve à associação da massa de um káon ao traço 1, que em realidade é um píon. Utilizamos uma amostra de eventos de MC791 de decaimentos $D^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ para ver onde e como estes eventos se apresentam no espectro $K\pi\pi$. Podemos ver na figura 7.1 que tal contribuição se encontra acima de 1.94 GeV, que é uma região suficientemente afastada do sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Além disto, como usamos um corte de identificação de káon para o traço 1, não esperamos que esta reflexão se manifeste de maneira significativa. Este fato é corroborado em uma rápida análise do espectro da figura 6.5: na região correspondente a esta reflexão não se observam eventos que se destaquem do *background* contínuo. Desta maneira, julgamos que o decaimento $D^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ não afetará o estudo do Dalitz Plot.

No caso do decaimento $D^+ \to K^-K^+\pi^+$, associamos erroneamente a massa do píon a um káon (traço 2 ou 3). O efeito aqui é que eventos deste tipo vão aparecer em uma região de mais baixa massa. Isto pode ser visto na figura 7.1, a partir de uma amostra de MC791 de $D^+ \to K^-K^+\pi^+$. Novamente, vemos que estes eventos estão suficientemente afastados da região de massa do D. Além disto, observando a figura 6.5, não é possível diferenciar visualmente entre esta contribuição e o *background* contínuo.

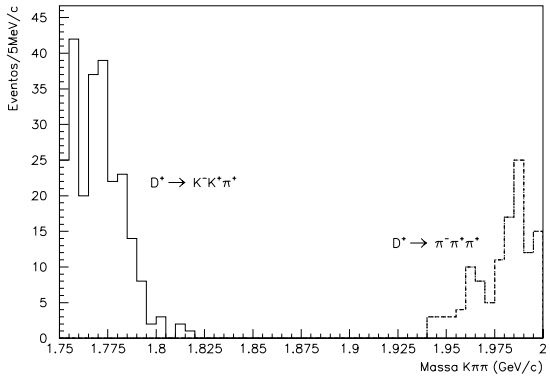

Figura 7.1: Eventos de MC791 de $D^+ \to K^-K^+\pi^+$ e de $D^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ no espectro $K\pi\pi$.

O decaimento $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$ pode aparecer no espectro $K\pi\pi$ pela perda de um dos traços devido à aceptância geométrica ou durante a reconstrução. Como o traço não reconstruído pode ser qualquer um dos quatro, esta reflexão se apresenta espalhada no espectro, como podemos ver na figura 7.2, obtida de uma amostra de eventos $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$ de MC791. Como este decaimento tem uma região de sobreposição com o $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, é necessário, para a análise de Dalitz Plot, ver a distribuição de tais eventos no espaço de fase. Estudamos os estados ressonantes $D^0 \to \rho K^-\pi^+$ e $D^0 \to \bar{K}^*\pi^+\pi^-$, além do não-ressonante. Em nenhum destes casos se observou uma distribuição característica no Dalitz plot; isto se justifica pela perda aleatória de um dos quatro traços e ainda por poder ser feita erroneamente uma associação identificação-traço, fazendo com que desapareça qualquer estrutura no Dalitz Plot. Na figura 7.3 mostramos como estes eventos aparecem no Dalitz Plot. Vemos que há uma ocupação bastante uniforme, com um ligeiro decréscimo perto das bordas superior e inferior.

Podemos estimar quantos destes eventos devem aparecer na nossa amostra de dados. Foram gerados 546 mil eventos de $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$ ao total (nos três estados descritos acima). Destes, apenas 85 passam por todos os critérios de seleção utilizados para a nossa amostra, equivalendo a uma eficiência de $1,57 \times 10^{-4}$. Estima-se que o número de mésons D^0 produzidos pela E791 foi 40-45 milhões, e levando em consideração que $BR(D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+) = (7,6 \pm 0,4)\%$, estariam presentes no espectro do $K\pi\pi$ de 1,75

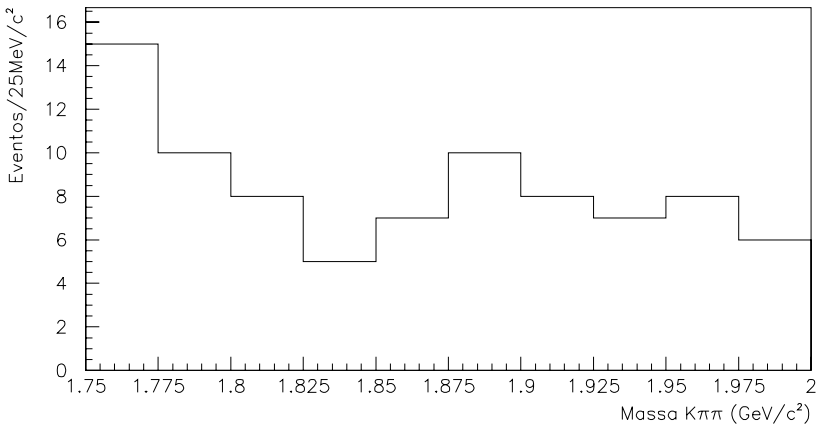

Figura 7.2: Eventos MC791 de $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$ projetados no especto de massa $K\pi\pi$.

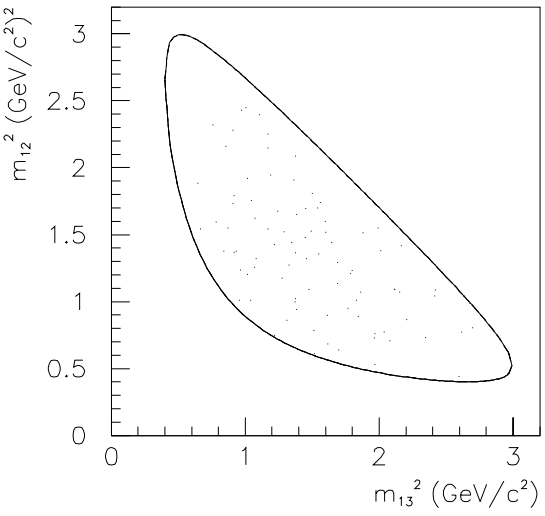

Figura 7.3: Distribuição de eventos de MC791 de $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot.

a 2,0 GeV cerca de 500 eventos dos quais apenas cerca de 100 eventos em sobreposição com o sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

Como vimos que estes eventos não se acumulam em nenhuma região especial do espectro $K\pi\pi$ ou no Dalitz Plot, podemos levá-los em consideração junto com o *background* combinatorial, que também apresenta estas características.

A reflexão $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$

Analogamente ao caso do $D^+ \to K^-K^+\pi^+$, associar a massa do píon a um káon resulta em que se observe a reflexão do canal $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$ em uma região de massa abaixo da massa do méson D_s (1,97 GeV). Como não estamos fazendo nenhum requerimento de indentificação para os traços de mesma carga (2 e 3), o segundo káon pode ser tanto o traço 2 como o 3. Vamos estudar cuidadosamente este canal, visto que apresenta uma importante região de sobreposição com o $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

O canal $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$ se manifesta principalmente através de dois sub-canais ressonantes: $D_s^+ \to \phi\pi^+$ e $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ [1]. Foram geradas amostras de 140 mil eventos de MC791 para ambos. Após passar por todos os critérios de seleção, estes decaimentos se apresentaram no espectro $K\pi\pi$ como mostrado nas figuras 7.4(a) e 7.4(b). Podemos notar que suas formas são diferentes. Isto se deve à distribuição de *momentum* dos três traços que se diferencia devido à formação das ressonâncias K^* e ϕ.

Nas figuras 7.4(a) e (b) também mostramos as funcões de ajuste utilizadas para parametrizar estas reflexões . Estas serão necessárias mais adiante para o ajuste do espectro $K\pi\pi$ total. Utilizamos para ambas uma forma de uma "gaussiana modificada" dada por:

$$\begin{aligned} f(M) &= \tfrac{N}{n_f} \quad exp\{-\beta^2 \frac{(M-\bar{M})^2}{2\sigma^2}\} \; ; \\ \beta &= exp\{\lambda(M-\bar{M})\} \end{aligned} \tag{7.1}$$

Os parâmetros para estes ajustes são $\bar{M}$, σ, λ e N; n_f é um fator de normalização para que a integral da função seja unitária de 1,75 a 2,0 GeV; assim sendo, N representa o número de eventos. Na tabela 7.1 mostramos os valores obtidos para os parâmetros.

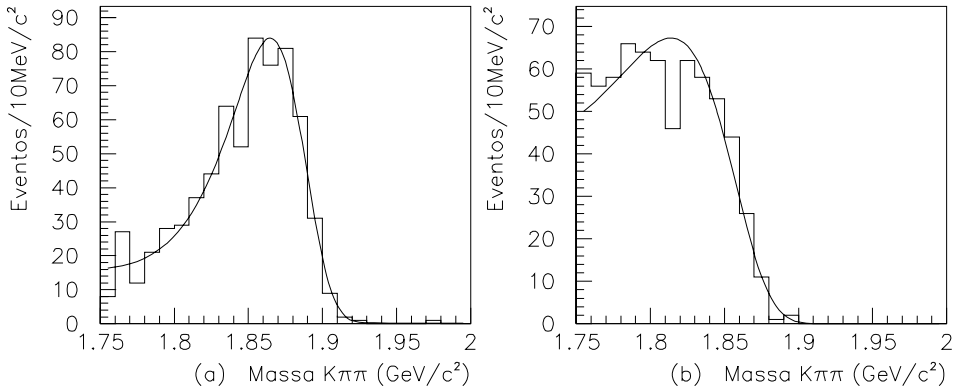

Figura 7.4: Eventos MC791 de (a) $D_s \to \bar{K}^*(890)K^+$ e (b) $D_s \to \phi(1020)\pi^+$ projetados no especto de massa $K\pi\pi$.

Canal	M (GeV)	σ (GeV)	λ (GeV^{-1})
$D_s^+ \to \phi\pi^+$	1,814	0,05	7,2
$D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$	1,867	0,025	8,0

Tabela 7.1: Parâmetros obtidos pelo ajuste das reflexões $D_s^+ \to \phi\pi^+$ e $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ no espectro $K\pi\pi$.

Vamos analisar separadamente os canais $D_s^+ \to \phi\pi^+$ e $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$.

- $D_s^+ \to \phi\pi^+$

Este canal apresenta apenas uma pequena região de sobreposição com o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, já que a partir da massa 1,85 GeV poucos eventos contribuem. Como é formado a partir da desintegração do ϕ, este canal tem a vantagem de poder ser observado indiretamente no espectro de massa K^+K^-. Em outras palavras, podemos tomar nossa amostra de dados reais e projetá-la neste espectro para obter daí o número de eventos desta reflexão no espectro $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

Tomamos nossa amostra de dados e fizemos duas projeções: combinações de massa $m(K_1K_2)$ e $m(K_1K_3)$, que vêm a representar a massa invariante ao associar a massa do káon aos traços (1,2) e (1,3), respectivamente. A cada uma destas projeções, foi feito um corte adicional, exigindo a massa invariante $m(K_1K_2\pi_3)$, no primeiro caso, ou $m(K_1\pi_2K_3)$, no segundo caso, estarem dentro de um intervalo de 1,93 a 2,01 GeV, para tomar apenas

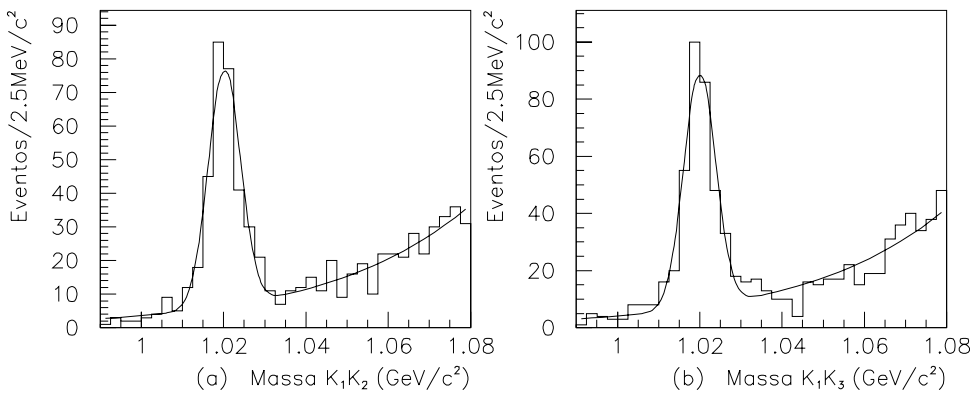

Figura 7.5: (a) Massa Invariante KK para os traços 1 e 2 – $m(K_1K_2)$ – com a exigência de $m(K_1K_2\pi_3)$ na região de massa $1,97 \pm 0,04$ GeV; (b) o mesmo, pela troca $2 \leftrightarrow 3$: $m(K_1K_3)$, com $m(K_1\pi_2K_3)$ na região $1,97 \pm 0,04$.

o decaimento do D_s neste canal (e não do D^+). Os espectros obtidos estão mostrados na figura 7.5. Ajustamos cada um destes espectros com uma função gaussiana de massa e largura livres de modo a obter uma estimativa do número de eventos devido ao canal $D_s^+ \to \phi\pi^+$. Através destes ajustes, encontramos um total de 647 ± 43 eventos (somando o obtido para os dois histogramas). Este número corresponde então ao número de eventos de $D_s^+ \to \phi\pi^+$ que há na nossa amostra, ou seja, na região de massa de 1,75 a 2,0 GeV do espectro $K\pi\pi$.

Na região do sinal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ (1,85 a 1,89 GeV), apenas 12% destes eventos estariam presentes, correspondendo a cerca de 80 eventos. Para ver como estes eventos estão distribuídos no Dalitz Plot, fazemos uso da amostra de MC791. Como podemos observar na figura 7.6, esta reflexão se apresenta localizada em uma região bem definida do espaço de fase, devido ao ϕ ter uma pequena largura.

A contribuição do canal $D_s^+ \to \phi\pi^+$ será considerada para o ajuste de Dalitz Plot com todas as suas características: número de eventos esperados, forma no espectro $K\pi\pi$ e forma no Dalitz Plot. Voltaremos a isto mais adiante.

- $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$

O canal $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ já é um pouco mais difícil de ser estudado. Por um lado, como

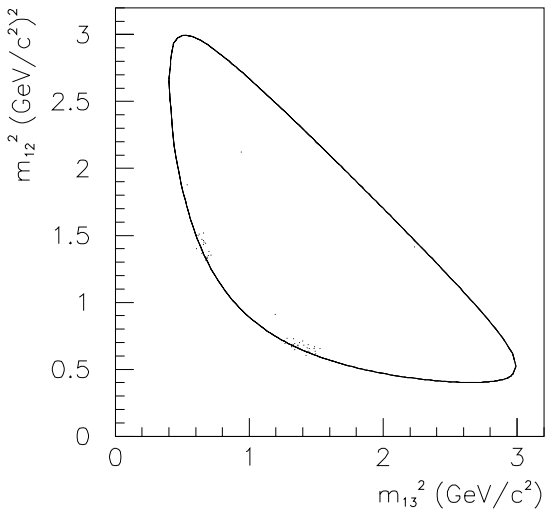

Figura 7.6: Distribuição de eventos de MC791 de $D_s^+ \to \phi\pi^+$ no Dalitz Plot, para a região de massa $K\pi\pi$ de 1,85 a 1,89 GeV.

havíamos visto, tem uma grande região de sobreposição com o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Além disto, não o podemos estudar através de sua ressonância K^* porque o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ também decai através desta ressonância. Portanto, não se pode estimar diretamente a partir da amostra de dados qual o número de eventos de $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ presente.

Neste caso, devemos fazer uso da amostra de MC791 de $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ apresentada anteriormente. Dos 140 mil eventos gerados inicialmente, 664 ± 30 passaram por todos os cortes, correspondendo a uma eficiência de $4,7 \times 10^{-3}$. Estima-se que o número de D_s produzidos pela E791 foi 10 milhões . Levando em consideração que $BR(D_s^+ \to \bar{K}^*K^+) = (3,3 \pm 0,9)\%$, o número de eventos de $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ que se espera observar no espectro de $K\pi\pi$ de 1,75 a 2,0 GeV seria então 1050 ± 290.

De acordo com MC791, dentro do intervalo de massa de 1,85 a 1,89 GeV, 46% do total de eventos de $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ está presente, ou seja, 480 ± 130 eventos. Estes vão aparecer no Dalitz Plot como mostrado na figura 7.7, obtida de eventos de MC791. Vemos nitidamente a forma da ressonância $K^*(890)$, forma esta muito similar a de eventos de $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$.

Como para o caso do $D_s^+ \to \phi\pi^+$, esta reflexão será considerada com todas as suas características para o ajuste dos dados.

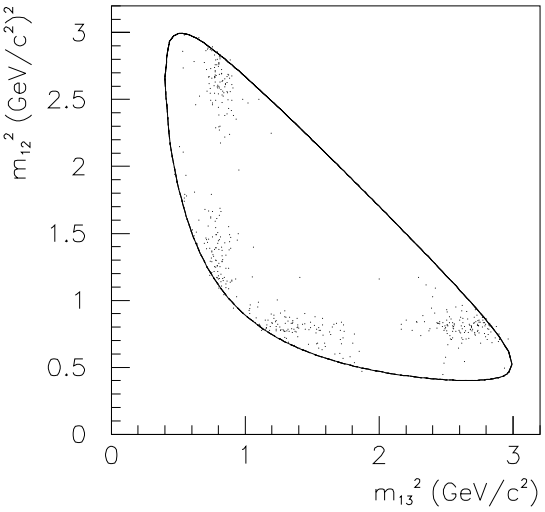

Figura 7.7: Distribuição de eventos de MC791 de $D_s^+ \to \bar{K}^* K^+$ no Dalitz Plot, para a região de massa $K\pi\pi$ de 1,85 a 1,89 GeV.

7.1.2 O *Background* Combinatorial

Apesar de, como vimos, existir uma contribuição de eventos devidos a outros decaimentos charmosos, boa parte do *background* na região do sinal do D^+ é devido a *background* combinatorial. Observando a figura 6.5, vemos que há uma contribuição contínua e ligeiramente decrescente do *background* total no espectro $K\pi\pi$. Do *background* charmoso, somente a reflexão $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$ estaria numa região sobreposta ao sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ [1]. No espectro, as outras reflexões não são visíveis – não têm estatística suficiente para se destacarem do *background* combinatorial.

Como sempre, além de conhecer a forma do *background* no espectro de massa, também devemos estudar sua contribuição à distribuição no Dalitz Plot. Infelizmente, neste caso não podemos usar eventos de MC791 porque não temos como reproduzir, a partir desta fonte, a forma do *background* genérico.

Podemos, entretanto, observar a distribuição de eventos de *background* (total) nas regiões laterais, afastadas o suficiente para que a contribuição do $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ seja desprezível. Mostramos nas figuras 7.8(a) e 7.8(b) a distribuição dos eventos no Dalitz

[1] A única outra reflexão com sobreposição ao canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ é $D^0 \to K^-\pi^-\pi^+\pi^+$, que já vimos que não apresenta estrutura importante no Dalitz Plot.

Plot respectivamente para as regiões de 1,78 a 1,82 GeV e de 1,92 a 1,96 GeV.

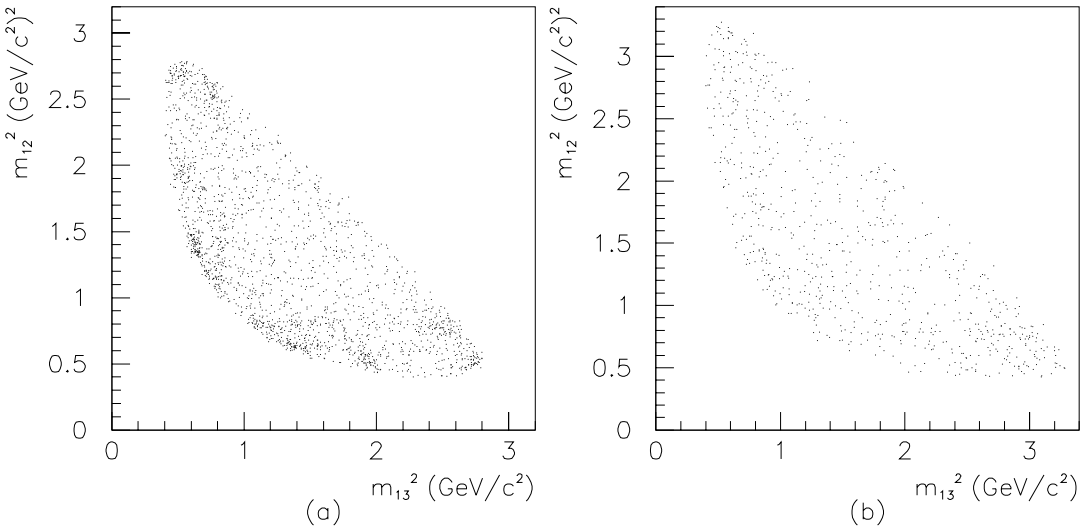

Figura 7.8: Distribuição de eventos no Dalitz Plot nas regiões laterais à região de massa do D^+: (a) de 1,78 a 1,82 GeV; (b) de 1,92 a 1,96 GeV.

A primeira região apresenta uma rica estrutura ressonante, além de uma distribuição contínua devida ao *background* combinatorial. Isto era esperado já que sabemos que nesta região contribuem os decaimentos charmosos $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$ e $D^+ \to K^-K^+\pi^+$ – podemos ver as bandas devidas às ressonâncias K^* e ϕ.

A segunda região é muito mais "limpa" e nos permite ver a estrutura do *background* combinatorial. Este se apresenta distribuído de maneira bem homogênea, mas ainda assim é possível ver alguma estrutura devida a, possivelmente, K^* (vindo de algum decaimento charmoso mal reconstruído) combinado com um píon aleatório. É de se esperar que o *background* combinatorial, na região de massa do D^+, tenha uma estrutura bastante similar a esta.

No próximo capítulo descrevemos a parametrização utilizada para representar o *background* combinatorial, obtida através de um ajuste à distribuição apresentada na figura 7.8(b).

7.2 O Ajuste do Espectro $K\pi\pi$

Para determinar o número de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ na nossa amostra, é necessário fazer um ajuste do espectro de massa (figura 6.5), construindo uma função que parametrize as fontes de *background* e o sinal.

Como vimos na seção anterior, somente a reflexão $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$ precisa ser parametrizada separadamente neste espectro, pois apresenta uma região de sobreposição com o sinal e, portanto, tem influência na análise de Dalitz Plot. Quanto às outras possíveis reflexões presentes, estão afastadas da região do sinal e se confundem com o *background* combinatorial.

Desta maneira, tomou-se uma função exponencial para parametrizar o *background* combinatorial. Para o $D_s^+ \to K^-K^+\pi^+$, tomaram-se as formas encontradas na seção 7.1.1 para os canais $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ e $D_s^+ \to \phi\pi^+$, bem como a estimativa para o número de eventos esperados para estas contribuições. Estas reflexões têm então forma e número de eventos fixos no ajuste.

Por fim, escolhemos parametrizar o sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ com a soma de duas funcões gaussianas, com massa e largura livres. Foi necessário o uso de duas gaussianas porque tanto a largura como o valor central da massa do D se mostraram dependentes do *momentum* do D e, mais ainda, de sua carga[2]. Desta maneira, a função de ajuste normalizada para o sinal foi representada por:

$$S(M) = \frac{1}{n_S}\left\{\alpha\ exp\left[\frac{(M-\bar{M}_1)^2}{2\sigma_1}\right] \ +\ (1-\alpha)\ exp\left[\frac{(M-\bar{M}_2)^2}{2\sigma_2}\right]\right\} \qquad (7.2)$$

onde $M_1,\ \sigma_1,\ M_2,\ \sigma_2,\ \alpha$ são parâmetros a serem determinados pelo ajuste; n_S é o fator de normalização desta função.

A função total de ajuste para o espectro $K\pi\pi$, $F(M)$, consistiu então de quatro termos: dupla gaussiana para o sinal, duas gaussianas modificadas para representar $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ e $D_s^+ \to \phi\pi^+$ e uma função exponencial para o *background* restante:

$$F\ (M) = N_S\ S(M)\ +\ N_{K^*K}\ B_{K^*K}(M) + N_{\phi\pi}\ B_{\phi\pi}(M)\ +\ N_{comb}\ B_{comb}(M)\ . \qquad (7.3)$$

[2]Tais dependências são devidas a certos efeitos sistemáticos do espectrômetro da E791. Estudaremos oportunamente as amostras de D^+ e D^- separadamente.

Parâmetros	Valor Ajustado
Massa M_1 (GeV)	1,871
Largura σ_1 (MeV)	9,5
Massa M_2 (GeV)	1,867
Largura σ_2 (MeV)	19,4
Peso Relativo α	0,697
N^o Eventos N_S	24435 ± 165

Tabela 7.2: Valores obtidos para os parâmetros representando o sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

Além dos 5 parâmetros livres descrevendo a forma de $S(M)$, os outros parâmetros livres do ajuste foram: N_S (número de eventos do sinal) e dois parâmetros para representar o *background* combinatorial (N_{comb} e coeficiente da exponencial).

Na figura 7.9 apresentamos a função de ajuste obtida sobre o espectro de massa. Os valores dos parâmetros para o sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ estão mostrados na tabela 7.2.

A área marcada na figura 7.9 corresponde à região de massa de 1,85 a 1,89 GeV. A amostra de eventos contida neste intervalo será a usada para o ajuste no Dalitz Plot, como discutimos a seguir.

7.3 O Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$

Para fazer a análise de Dalitz Plot, como veremos em detalhe nos próximos capítulos, tomamos o intervalo de massa de 1,85 a 1,89 GeV. A escolha desta região em detrimento de um intervalo maior ou menor foi feita de modo a otimizar a relação sinal/*background*, principalmente em relação ao *background* combinatorial, sem gerar, em contrapartida, uma perda significativa de eficiência. De fato, como vimos anteriormente, boa parte dos eventos das reflexões $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ e $D_s^+ \to \phi\pi^+$ estão localizados abaixo de 1,85 GeV.

Além disto, veremos mais adiante que outro motivo para não se usar um intervalo muito grande é a questão dos efeitos de resolução no Dalitz Plot, que se relaciona diretamente com a definição da borda.

Na figura 7.10 mostramos a distribuição dos eventos no Dalitz Plot. A amostra contém 22890 eventos, dos quais estimamos que 94% são $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, conforme o ajuste obtido para o espectro $K\pi\pi$.

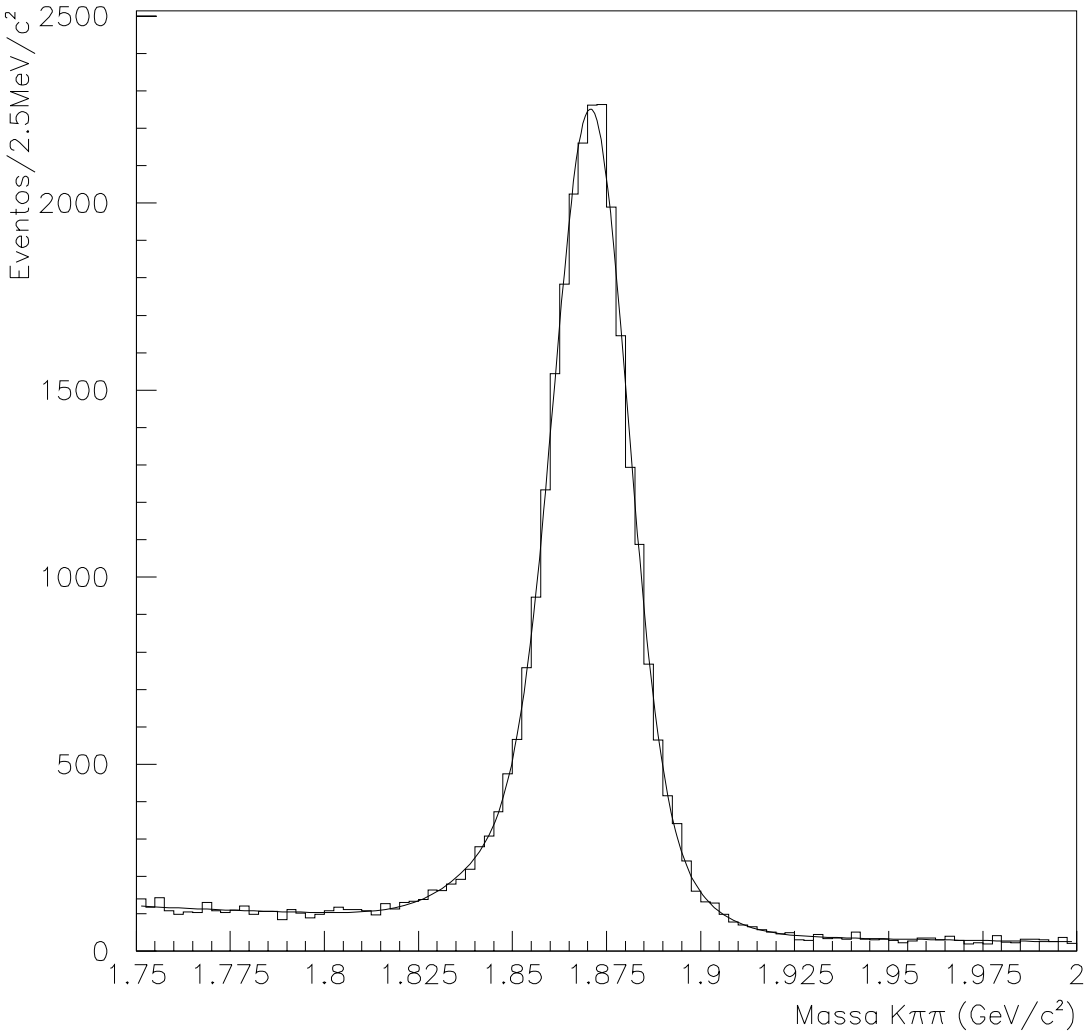

Figura 7.9: Função de ajuste do espectro $K\pi\pi$.

Podemos observar uma rica estrutura no Dalitz Plot. Estão claramente visíveis as bandas devidas ao estado $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$; seus lobos superiores apresentam-se alargados em direção à borda, o que indica efeitos de interferência com outros canais. Também é possível observar uma maior densidade na região diagonal superior, que pode ser devida à ressonância $K_0^*(1430)$. Análise anteriores mostraram, como vimos na seção 3.2.3, que a contribuição NR é predominante. Vemos que, de fato, existe uma grande ocupação do espaço de fase, mas ainda assim se observam regiões de baixa densidade de eventos. Isto pode ser consequência de efeitos de interferência nestas regiões , como também pode ser devido a uma não-uniformidade da contribuiçãoNR.

Outra maneira de observar a distribuição dos dados é através das projeções do Dalitz Plot em três variáveis: $m^2_{K\pi(baixa)}$, $m^2_{K\pi(alta)}$, $m^2_{\pi\pi}$, como mostramos figura 7.11. Como m^2_{12} e m^2_{13} são variáveis simétricas, definimos $m^2_{K\pi(baixa)}$ e $m^2_{K\pi(alta)}$ como as combinações de menor e maior massa respectivamente.

7.3.1 Os Efeitos de Resolução

Na seção 2.2, vimos que o limite cinemático do Dalitz Plot depende da massa da partícula que decai. Dado que o méson D^+ tem uma largura de decaimento não mensurável, ou uma massa bem definida, tal limite seria, em princípio, também bem definido.

Entretanto, efeitos de resolução de *momentum* do espectrômetro vão interferir na distribuição do Dalitz Plot e sua consequência mais visível é a perda de definição da borda. É fácil entender o mecanismo.

O efeito de resolução aparece como um deslocamento do valor verdadeiro de um ponto no espaço de fase (s_{12}, s_{13}) a seu valor medido. Uma consequência imediata disto é que, em particular, podem se observar eventos fora da região cinemática permitida para o decaimento do D^+. De fato, a nova (falsa) "região cinemática" está relacionada à massa medida do D^+.

Na figura 7.12 mostramos como varia a borda do Dalitz plot para três valores de massa medida do D^+: 1,85, 1,87 e 1,89 GeV.

Para visualisarmos melhor como o efeito de resolução afeta a distribuição dos eventos

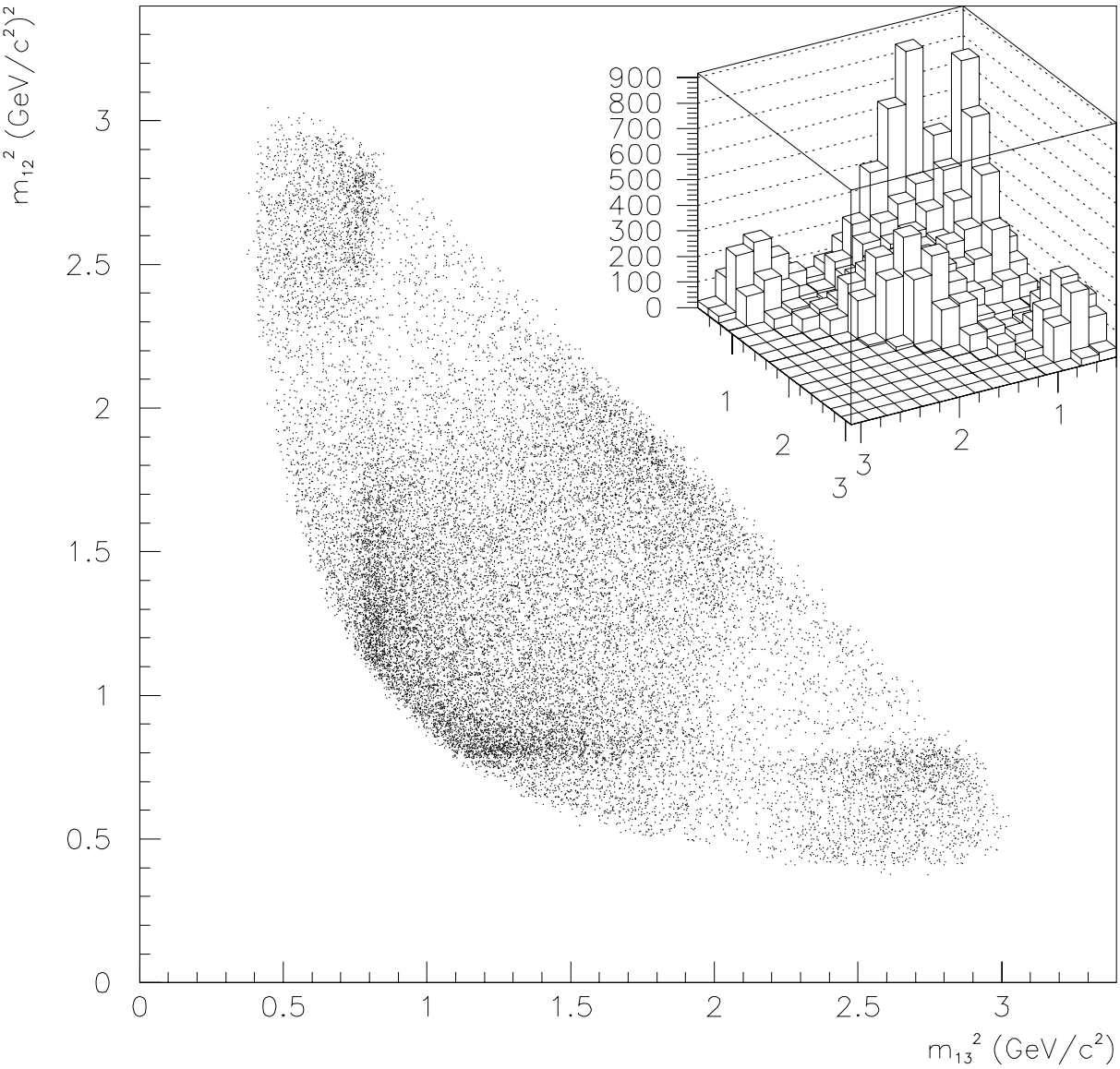

Figura 7.10: Distribuição de eventos da amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot; também mostrado em lego no detalhe.

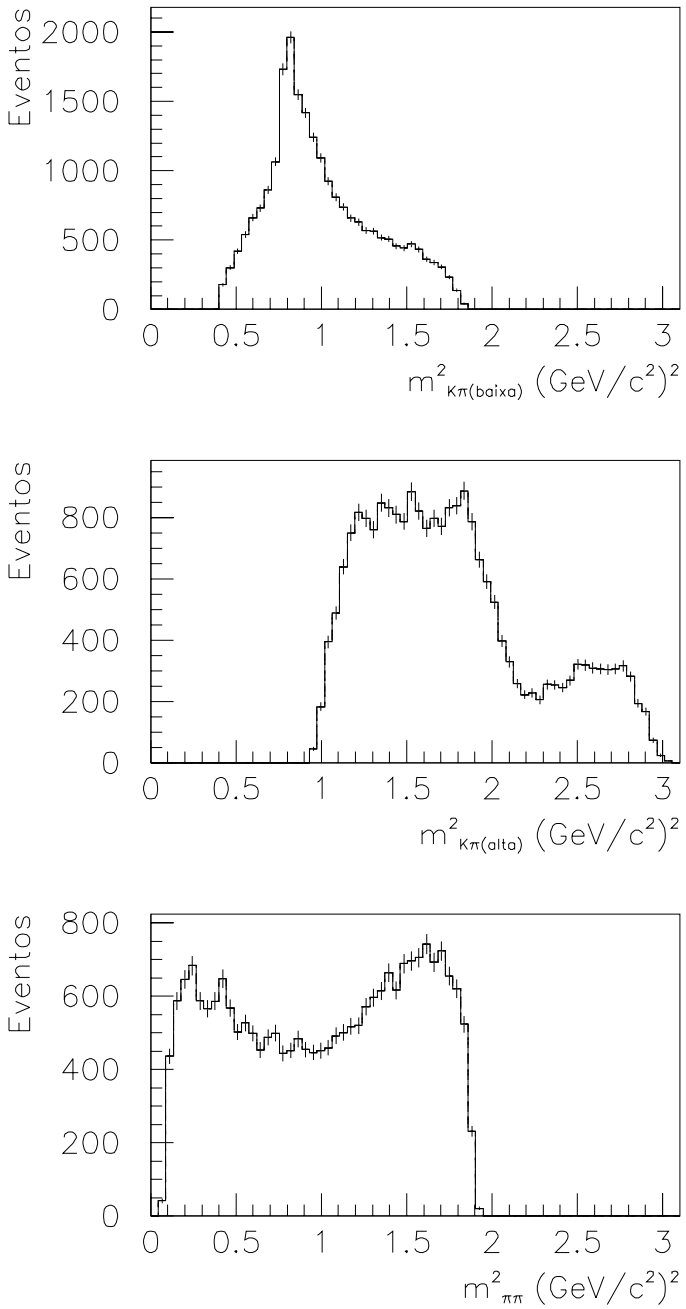

Figura 7.11: Projeção do Dalitz Plot para a amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ nas três variáveis: $m^2_{K\pi(\,baixa)}$, $m^2_{K\pi(\,alta)}$, $m^2_{\pi\pi}$.

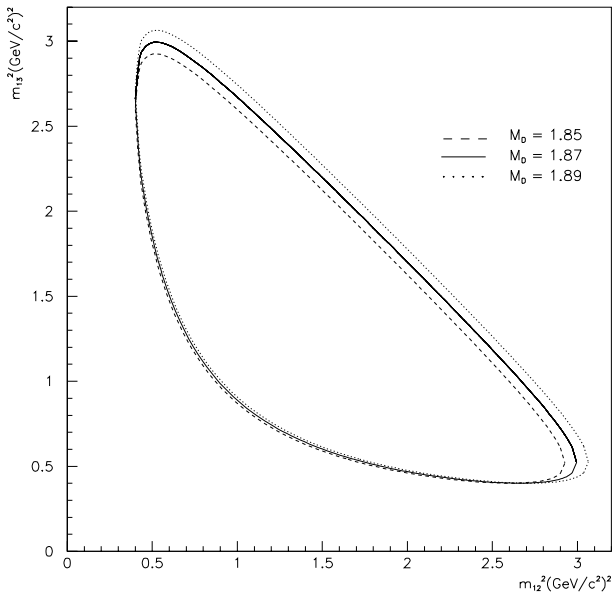

Figura 7.12: O limite do Dalitz Plot para diferentes valores da massa do D.

no Dalitz Plot, utilizamos uma amostra de "mini-MC". Chamamos mini-MC à simulação de uma desintegração em três corpos onde fornecemos as massas da partícula que decai e das três partículas formadas, de tal maneira a que se respeitem os limites cinemáticos. Além disto, pode-se ponderar a distribuição em função de uma dada amplitude de decaimento.

Neste caso em particular, geramos eventos de mini-MC com uma distribuição no espectro $K\pi\pi$ dada pela forma obtida pelo ajuste do sinal de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Ou seja, geramos uma amostra onde a massa do D está dada por uma função que é a soma de duas gaussianas com os parâmetros mostrados anteriormente. Esta amostra, no Dalitz Plot, se apresenta como mostrado na figura 7.13, onde, como sempre, foram tomados eventos dentro do intervalo de massa 1,85 a 1,89 GeV. Pode-se notar nesta figura a borda superior um pouco "difusa" devido ao efeito de resolução (aqui parametrizado pela massa do D).

A resolução também pode afetar, em princípio, a largura medida das ressonâncias. Este efeito terá maior impacto quanto menor for a largura da ressonância. Através de uma amostra de MC791 de $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$, estudamos este efeito. Mostramos na figura 7.14 a distribuição de eventos no espectro $K\pi$ para o sinal de $K^*(890)$: gerado (valores de *momenta* verdadeiros) e medido (após reconstrução). Como vemos, as distribuições não

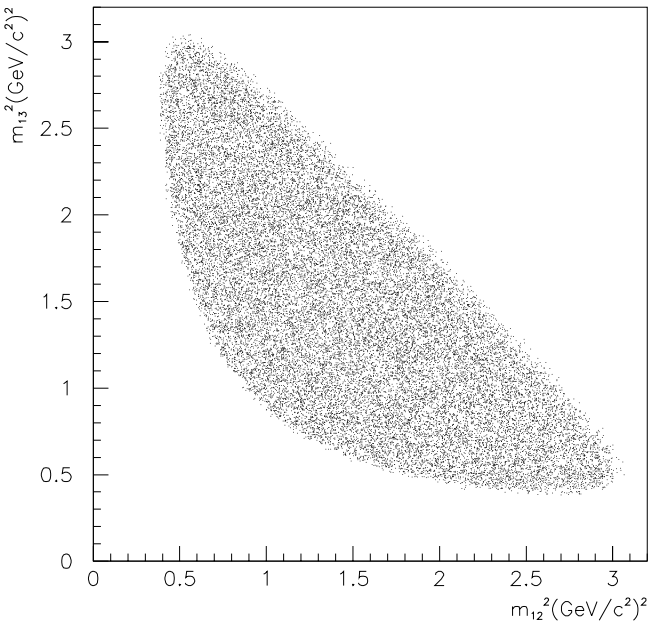

Figura 7.13: Dalitz Plot de Mini-MC do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ (sem dinâmica) com efeito de resolução.

apresentam diferenças significativas. Isto é devido a que a largura do $K^*(890)$ (50 MeV) é bem superior à imprecisão devido à resolução (5-8 MeV). Como o $K^*(890)$ é a ressonância de menor largura que se apresenta no decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, podemos estar seguros que efeitos de resolução não precisam ser incluídos explicitamente no tratamento da largura das ressonâncias.

7.3.2 A Distribuição da Eficiência no Dalitz Plot

Um aspecto muito importante desta análise é a correção devido à aceptância geométrica e eficiências de reconstrução e das subsequentes etapas de seleção da amostra. Este processo em geral deforma a distribuição dos eventos no Dalitz Plot.

Para obter a forma desta distribuição, usamos a grande amostra de eventos de MC791 de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ que apresentamos no capítulo anterior. Estes eventos foram gerados de acordo com a densidade no espaço de fase, ou seja, constante em todo o Dalitz Plot. Após passar por todas as etapas de seleção, a nova distribuição, distorcida devido a efeitos de eficiência e resolução, apresenta-se como mostrado na figura 7.15(a), onde foram

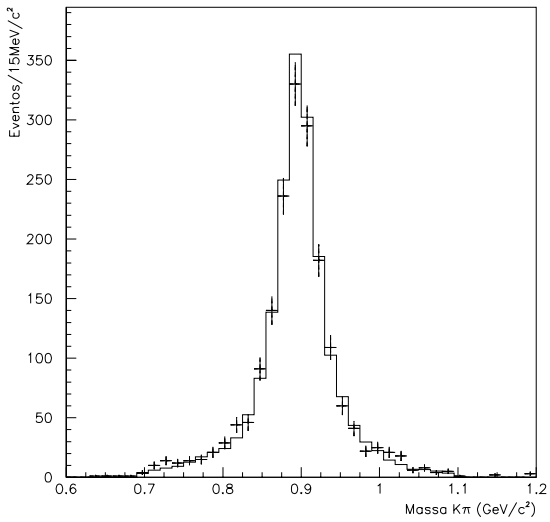

Figura 7.14: Largura original (linha sólida) e medida (pontos) de uma amostra de MC791 de $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$

tomados eventos dentro do intervalo de massa $1.85-1.89$ GeV. A rápida queda nas bordas representa, além do efeito resolução (visível somente na borda superior, como vimos na figura 7.13), também o efeito da binagem do histograma bidimensional. Como a resolução, como veremos no próximo capítulo, será parametrizada separadamente, e como a escolha da binagem é arbitrária, ambos efeitos devem ser corrigidos para obter-se o efeito da eficiência no Dalitz Plot.

Esta correção pode ser feita a partir da amostra de mini-MC apresentada na seção anterior. Projetamos esta amostra em um histograma de mesmas características que o da figura 7.15, como mostrado na figura 7.15(b). A distribuição da eficiência no Dalitz Plot é então obtida pela divisão dos histogramas 7.15(a) e 7.15(b) e está mostrada na figura 7.16 em duas perspectivas diferentes. A escala vertical é arbitrária; como veremos no próximo capítulo, o ajuste de dados não é sensível a tal escala e sim à forma da distribuição.

O histograma mostrado na figura 7.16 representa portanto a forma da eficiência no Dalitz Plot; nos permite criar uma "matriz de eficiência" com a qual poderemos corrigir a função de ajuste. Em outras palavras, a cada evento da nossa amostra de dados será associado um valor para a eficiência dependendo de sua posição no Dalitz Plot.

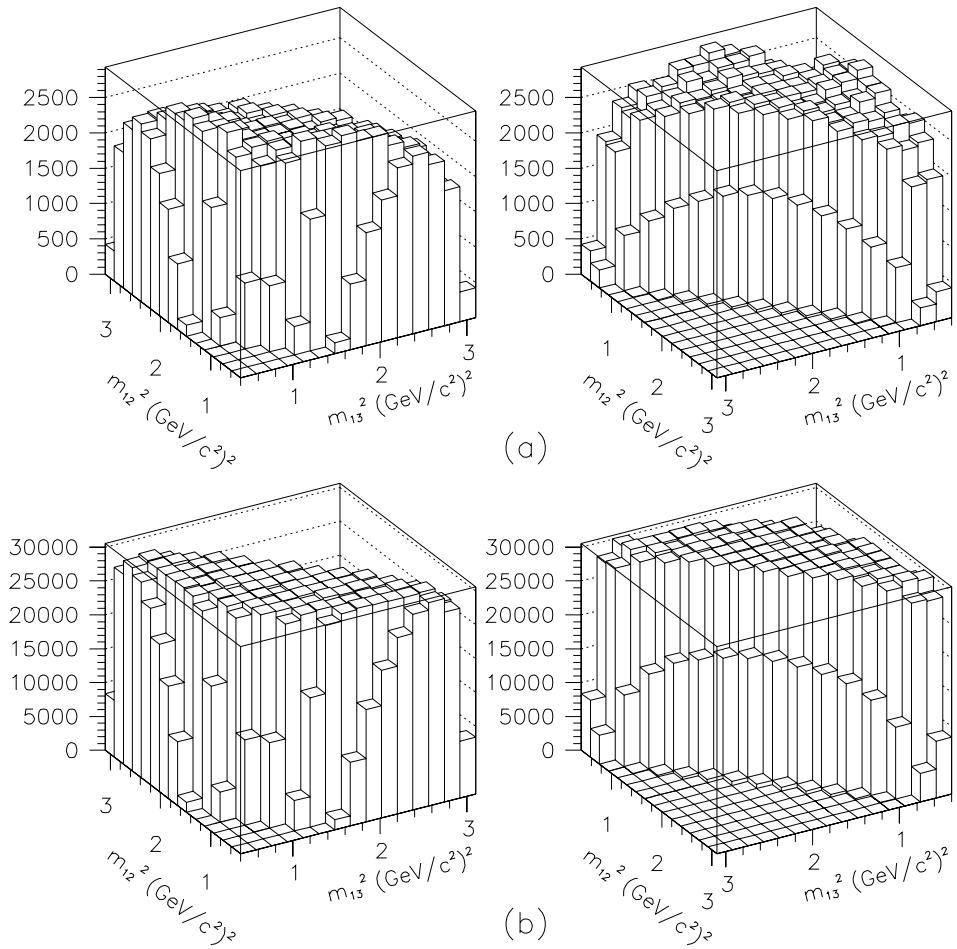

Figura 7.15: (a) Distribuição de eventos de MC791 de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$ no Dalitz Plot; (b) Mini-MC de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$, com simulação do efeito de resolução de massa. Ambas as distribuições, mostradas em duas perspectivas, apresentam efeitos devido à binagem finita nas bordas.

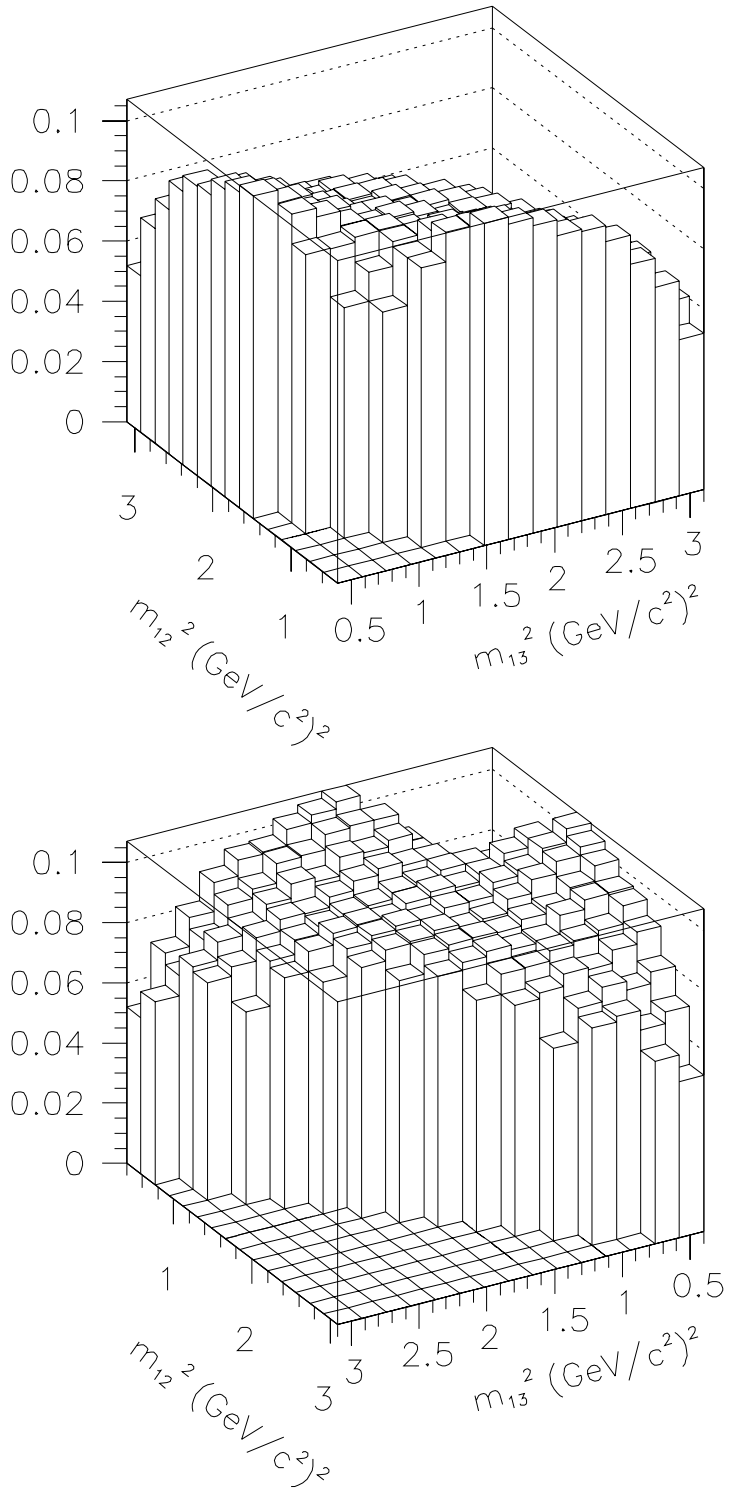

Figura 7.16: Distribuição da eficiência de eventos de $D^\pm \to K^\mp\pi^\pm\pi^\pm$ no Dalitz Plot, mostrada em duas perspectivas.

Capítulo 8

A Metodologia de Ajuste do Dalitz Plot

No capítulo 3, apresentamos o formalismo comumente utilizado para representar o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ através de suas possíveis amplitudes ressonantes e não-ressonante. A amplitude total de decaimento foi construída a partir da soma coerente de todas as amplitudes, onde a cada uma foram atribuídos um coeficiente (a_i) e uma fase (δ_i).

Neste capítulo vamos construir, baseado naquele formalismo, o modelo a ser utilizado para ajustar a distribuição dos eventos observados no Dalitz Plot (figura 7.10).

Entretanto, como sabemos, nossa amostra de dados, além de conter eventos de decaimentos reais $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, também apresenta uma pequena contaminação de eventos de *background*. Já vimos, também, que efeitos de eficiência e resolução distorcem a distribuição dos eventos no Dalitz Plot. Dada a grande amostra de dados que temos disponível, devemos ser muito cuidadosos em representar adequadamente tais efeitos para, assim, ter controle dos erros sistemáticos.

Devemos ser capazes de construir, portanto, um modelo de ajuste que leve em consideração todas estas características, para que possamos extrair com grande confiabilidade a proporção relativa dos canais intermediários (frações de decaimento), bem como a interferência entre eles (fases relativas).

Descrevemos detalhadamente a seguir o método de ajuste empregado nesta análise.

8.1 A Função de Ajuste para o Dalitz Plot

Vamos representar o Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ por uma função distribuição de probabilidade que depende de três variáveis: a massa invariante $K\pi\pi$, M, e as duas combinações de massas invariantes quadradras (variáveis de Dalitz), m^2_{12} e m^2_{13}, também referidas como o ponto $\phi = (m^2_{12}, m^2_{13})$ do espaço de fase.

A cada evento da amostra se associa uma probabilidade de ser sinal ou *background*. Esta probabilidade depende exclusivamente do valor de M, sendo obtida a partir da contribuição relativa dos eventos de sinal e *background* no espectro $K\pi\pi$ (equação 7.3) dentro do intervalo de massa usada para o ajuste de Dalitz Plot (1,85 a 1,89 GeV).

Em particular, a função que representa o sinal no espectro $K\pi\pi$, dada pela equação 7.2, também irá nos servir para representar a distorção devido à resolução no Dalitz Plot. Vamos entender melhor como isto é feito.

Como discutimos no capítulo anterior, devido ao efeito de resolução é possível observar um evento num ponto do espaço de fase diferente da posição em que foi produzido. É também a resolução que gera uma largura para a massa do D e, como consequência, faz com que o limite do Dalitz Plot já não seja bem definido.

Idealmente, deveríamos ser capazes de corrigir os efeitos de resolução nos nossos dados antes de fazer o ajuste. A função que representaria a distribuição de eventos no Dalitz Plot (função distribuição de probabilidade) seria, após esta correção, representada através das variáveis "verdadeiras" do decaimento, e não das variáveis medidas, que sofrem os efeitos de resolução. Entretanto, não existe uma maneira confiável de "remover" este efeito.

A metologia de ajuste que apresentamos se baseia em um modelo efetivo para parametrizar a resolução. Vamos considerar que esta aparece no Dalitz Plot como uma consequência direta do fato da massa invariante do méson D aparecer, no espectro do $K\pi\pi$, com uma "largura" devida à resolução. Em outras palavras, consideramos que o espaço de fase, ou o Dalitz Plot, muda seu tamanho pela variação da massa observada do D.

Ao representar a resolução desta forma, estamos fazendo a aproximação de descrever a física através de variáveis medidas, considerando o efeito de resolução através de um peso

dado pelo valor da massa observada do D. Este peso é, justamente, a função $S(M)$ que representa o sinal no espectro $K\pi\pi$. Estamos, com isto, admitindo que os valores de fases e coeficientes que queremos determinar no ajuste através das variáveis medidas (moduladas pelo peso da resolução) são suficientemente próximos de seus valores "verdadeiros". A validade deste modelo é estudada mais adiante neste capítulo.

Com o exposto acima, vamos então construir a função de ajuste a partir dos seguintes passos:

• Para uma determinada massa medida para o D, existe um limite bem definido para o Dalitz Plot. Considerando um determinado evento de sinal, poderíamos escrever a função de ajuste como uma função da massa do D, M, e do ponto $\phi = (m_{12}^2, m_{13}^2)$ no espaço de fase. Assim sendo,

$$f_S(M, \phi, \vec{\alpha}) = \epsilon(\phi)\ \mathcal{P}_S(M, \phi, \vec{\alpha}) \tag{8.1}$$

onde $\epsilon(\phi)$ é o valor da eficiência para o ponto do ϕ (obtida, como vimos no capítulo anterior, através da distribuição dada na figura 7.16) e $\mathcal{P}_S(M, \phi, \vec{\alpha})$ é a função distribuição de probabilidade para um evento de sinal. Como veremos mais adiante, é nesta última que aparece a dependência nos parâmetros de ajuste $\vec{\alpha}$, que representam as fases e coeficientes de cada sub-canal.

• Para levar em consideração a contribuição dos vários valores de massa M, devemos multiplicar a função acima pela função $S(M)$ (equação 7.2) que descreve o efeito de resolução para a massa do D. Este efeito se reflete diretamente na distribuição dos eventos no Dalitz Plot, já que a borda depende de M. A função para descrever eventos de sinal é então escrita:

$$\mathcal{F}_S(\phi, M, \vec{\alpha}) = \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})}\ S(M)\ \epsilon(\phi)\ \mathcal{P}_S(M, \phi, \vec{\alpha}) \tag{8.2}$$

O termo $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$ é um fator de normalização necessário para o procedimento de ajuste. Ele é dado pela integral no espaço das variáveis (M, ϕ):

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1,85}^{1,89} dM\ S(M) \int_{DP(M)} d\phi\ \epsilon(\phi)\ \mathcal{P}_S(M, \phi, \vec{\alpha}) \tag{8.3}$$

• A descrição para cada componente de *background* é obtida de maneira análoga, ou seja,

$$\mathcal{F}_{B_i}(\phi, M) = \frac{1}{\mathcal{N}_{B_i}}\ B_i(M)\ \mathcal{P}_{B_i}(M, \phi)\ . \tag{8.4}$$

Aqui, $B_i(M)$ é a função que representa a distribuição de eventos do *background* tipo i no espectro $K\pi\pi$. A descrição do *background* é totalmente fixa, baseada no estudo feito no capítulo anterior. Assim sendo, não existem parâmetros livres relativos ao *background* a serem encontrados pelo procedimento de ajuste do Dalitz Plot. $\mathcal{N}_{B_i}$ é dado por

$$\mathcal{N}_{B_i} = \int_{1,85}^{1,89} dM\ B_i(M)\ \int_{DP(M)} d\phi\ \mathcal{P}_{B_i}(M, \phi)\ . \tag{8.5}$$

• A função de ajuste total é escrita como a soma das funções normalizadas para sinal e *background*, pesadas pela quantidade relativa de eventos de cada uma dentro do intervalo de 1,85 a 1,89 GeV. Ou seja,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(M, \phi, \vec{\alpha}) \ &= \ p_S\ \mathcal{F}_S(M, \phi, \vec{\alpha})\ +\ p_{K^*K}\ \mathcal{F}_{K^*K}(M, \phi)\ + \\ &\quad p_{\phi\pi}\ \mathcal{F}_{\phi\pi}(M, \phi)\ +\ p_{comb}\ \mathcal{F}_{comb}(M, \phi)\ . \end{aligned} \tag{8.6}$$

Os valores para os pesos p_S e p_{B_i} (obtidos facilmente integrando cada termo da equação 7.3 no intervalo de 1,85 a 1,89 GeV) são:

$$\begin{aligned} p_S &= 0,939 \\ p_{K^*K} &= 0,038 \\ p_{\phi\pi} &= 0,003 \\ p_{comb} &= 0,020 \end{aligned} \tag{8.7}$$

Devemos aqui ressaltar a diferença do tratamento de eventos de sinal e *background*. Como vimos acima, consideramos três termos diferentes para o *background*, cada um contribuíndo de maneira totalmente independente. Para eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, consideramos apenas um termo para o sinal, apesar de que o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$

pode ser produzido a partir de diferentes fontes: canais ressonantes e NR. Vale lembrar, entretanto, que estes contribuem, à diferença do *background*, de maneira *coerente* para a probabilidade e, como veremos a seguir, são considerados como termos independentes na *amplitude* de decaimento.

8.2 A Função Distribuição de Probabilidade para o Sinal

Escrevemos a função distribuição de probabilidade para o sinal $\mathcal{P}_S$ como sendo a *amplitude física quadrada* $\mathcal{M}$ para um decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Desta maneira,

$$\mathcal{P}_S(M,\phi;\vec{\alpha}) \;=\; \mid \mathcal{M}(M,\phi;\vec{\alpha}) \mid^2 . \tag{8.8}$$

Como vimos no capítulo 3, a amplitude total $\mathcal{M}$ deve descrever todos os possíveis estados intermediários – as várias contribuições ressonantes $K^*\pi$ e a contribuição não-ressonante:

$$\mathcal{M}(\phi;\vec{\alpha}) = \sum_j \; a_j \; e^{i\delta_j} \; \mathcal{A}_j(M,\phi) \; , \tag{8.9}$$

onde as funções $\mathcal{A}_j(M,\phi)$, que descrevem cada estado intermediário, são as dadas na equação 3.12. Para os fatores de forma F_D e F_R usamos os valores $r = 3,0$ GeV^{-1} e $r = 1,5$ GeV^{-1} [15] respectivamente[1].

O conjunto de parâmetros $\vec{\alpha} = (a_{1\ldots j}, \delta_{1\ldots j})$ devem ser obtidos através do procedimento de ajuste. Da maneira como a $\mathcal{P}_S$ é definida, há uma liberdade na escolha dos coeficientes a_j: estão definidos a menos de um fator multiplicativo. Desta forma, um deles deve ser fixado (em geral o correspondente ao sub-canal que mais contribua, para um melhor cálculo dos erros). Também existe uma liberdade na escolha das fases, visto que somente fases relativas têm significado; portanto, uma das fases também deve ser fixada no ajuste.

[1] Diferentes valores para r são considerados nos estudos sistemáticos apresentados no próximo capítulo.

8.3 A Função Distribuição de Probabilidade para o *Background*

Como vimos, o *background* de nossa amostra de dados na região usada para o ajuste de Dalitz Plot consiste do *background* combinatorial e as reflexões $D_s^+ \to \phi\pi^+$ e $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$. Cada uma destas contribuições é parametrizada independentemente para o ajuste do Dalitz Plot, sendo representadas pelas funções $\mathcal{P}_{B_i}(M,\phi)$.

Vimos nas figuras 7.6 e 7.7 como eventos de $D_s^+ \to \phi\pi^+$ e $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$ aparecem refletidos no Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Estas duas reflexões do D_s podem ser parametrizadas pelo produto de Breit-Wigners e funcões angulares, como explicado a seguir.

Para reflexão $D_s^+ \to \bar{K}^*K^+$, a ressonância $\bar{K}^*$ decai no estado $K^-\pi^+$ da mesma forma que para o decaimento $D^+ \to \bar{K}^*\pi^+$. Assim sendo, a Breit-Wigner que representa esta reflexão no Dalitz Plot é escrita em termos das mesmas variáveis de Dalitz (m_{12}^2 ou m_{13}^2), já que não há associação incorreta káon-píon nesta combinação (esta aparece para o segundo káon). Para a reflexão $D_s^+ \to \phi\pi^+$, entretanto, a ressonância ϕ decai a K^-K^+, onde a Breit-Wigner deve ser escrita em termos da hipótese de massa KK. Ainda assim, não há nenhum problema técnico associado a este fato, visto que existe uma correspondência bi-unívoca entre as massas m_{12} (combinação $K\pi$) e $m_{K_1K_2}$, que é considerada. Para ambas as reflexões , como a má associação káon-píon pode se dar via o traço 2 ou 3, devemos simetrizar as funções para o D_s. À diferença de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, esta simetrização deve ser incoerente, já que não se tratam de dois píons verdadeiros no estado final. Desta forma, escrevemos:

$$\mathcal{P}_{\phi\pi} = \mid cos\theta_{K_1\pi_3}\ BW_{\phi,K_1K_2} \mid^2 + (2 \leftrightarrow 3) \tag{8.10}$$

$$\mathcal{P}_{K^*K} = \mid cos\theta_{K_1K_3}\ BW_{\phi,12} \mid^2 + (2 \leftrightarrow 3) \tag{8.11}$$

Para o *background* combinatorial, admitimos que contribui no Dalitz Plot com a mesma forma que a distribuição na região de massa do D de 1,92 a 1,96 GeV, como foi mostrado na figura 7.8. Esta distribuição foi ajustada pela soma de um polinômio de segundo

grau e uma Breit-Wigner (simetrizada incoerentemente e sem distribuição angular) para representar $K^*(890)$ combinatorial (K^* proveniente de outro decaimento, formando um vértice com um píon aleatório):

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{comb} &= c_1 + c_2\,(m_{12}^2 + m_{13}^2) + c_3\,(m_{12}^2 m_{13}^2) + c_4\,(m_{12}^4 + m_{13}^4) + \\ &\quad c_5\,(\ |\,BW_{K^*,12}\,|^2 + |\,BW_{K^*,13}\,|^2\ )\ ,\end{aligned} \tag{8.12}$$

onde os c_i são os parâmetros obtidos pelo ajuste. Estes são então fixados para descrever o *background* combinatorial no ajuste do Dalitz Plot.

8.4 O Procedimento de Ajuste

Para encontrar o conjunto de parâmetros que forneça a função que melhor se ajuste ao nosso conjunto de dados, utilizamos a técnica de Máxima Verossimilhança contínua. A função de verossimilhança é escrita como o produtório, sobre todos os eventos, do valor da função de ajuste para cada evento k (a que está associado um determinado ponto no espaço das variáveis (M_k, ϕ_k)). Ou seja,

$$\mathcal{L} = \prod_{k=1}^{\#eventos} \mathcal{F}(M_k, \phi_k, \vec{\alpha}) \tag{8.13}$$

onde $\mathcal{F}(M_k, \phi_k, \vec{\alpha})$ é a função definida anteriormente na equação 8.6. Como esta função é normalizada no espaço das variáveis, pode ser interpretada como uma probabilidade. Assim sendo, $\mathcal{L}$ é o produtório das probabilidades de todos os eventos. A técnica de Máxima Verossimilhança consiste em encontrar o conjunto de parâmetros que maximize $\mathcal{L}$, ou seja, encontrar a função que forneça o máximo produto das probablidades para todos os eventos.

Para utilizar esta técnica, usamos o pacote MINUIT da biblioteca do CERN [42]. Como este é um programa de minimização, definimos a função a ser minimizada como sendo

$$fcn = -\,2\,ln\,\mathcal{L} = -\,2 \sum_{k=1}^{\#eventos} ln\ \mathcal{F}(M_k, \phi_k, \vec{\alpha})\ . \tag{8.14}$$

Terminada a minimização, MINUIT fornece os parâmetros ajustados e seus respectivos erros. Também fornece a matriz de erro ERR, necessária para calcular o erro nas frações f_j (definidas pela equação 3.15):

$$(\delta f_j)^2 = \sum_{l,k} \frac{\partial f_j}{\partial \alpha_k} \frac{\partial f_j}{\partial \alpha_l} ERR(\alpha_k, \alpha_l) \ . \tag{8.15}$$

8.5 Teste do Algoritmo de Ajuste

Um importante estudo a se fazer é verificar se o procedimento de ajuste é confiável para encontrar os corretos parâmetros e seus respectivos erros. Construímos um procedimento para fazer este teste baseado nos seguintes passos:

- Uma amostra de simulação de eventos de mini-MC é gerada, onde os eventos são obtidos ponderando a distribuição no Dalitz Plot pela função mostrada na equação 8.6, com um conjunto arbitrário de parâmetros $\vec{\alpha}_{\rm in} = (a_{1...j}, \delta_{1...j})$. Tanto eventos de sinal como de *background* são simulados.

- Esta amostra é ajustada utilizando o algoritmo de ajuste descrito na seção anterior. São, então, obtidos os valores de ajuste para os parâmetros $\vec{\alpha}_{\rm out}$. Se o algoritmo funciona bem, $\vec{\alpha}_{\rm in}$ e $\vec{\alpha}_{\rm out}$ devem ser compatíveis dentro dos erros estatísticos.

- Os dois passos anteriores são repetidos para um grande número de amostras (com mesmos parâmetros $\vec{\alpha}_{\rm in}$) de maneira a produzir uma distribuição estatística para todos os parâmetros obtidos pelo procedimento de ajuste.

- O valor médio da distribuição de cada componente de $\vec{\alpha}_{\rm out}$ é, então comparado ao valor real correspondente de $\vec{\alpha}_{\rm in}$. Também o desvio-padrão de cada distribuição é comparado ao erro médio fornecido pelo MINUIT.

Fizemos este procedimento usando quatro canais contribuindo ao estado final $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$: não-ressonante, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$. O canal NR foi tomado como referência, $a_{NR} = 1$ e $\delta_{NR} = 0$. Ao total foram geradas e ajustadas 1.000 amostras de 2.000 eventos cada uma. Na tabela 8.1 são mostrados os valores nominais e

as médias obtidas pelos ajustes, bem como os desvios-padrão (rms) e as médias dos erros ($\bar{\sigma}_{ajuste}$) fornecidas pelo MINUIT. As distribuições para cada parâmetro estão mostradas na figura 8.1[2].

Podemos notar que existe uma ótima concordância entre os valores de "entrada" e "saída" para os parâmetros. Os valores para os desvios-padrão destas distribuições também concordam com os valores para $\bar{\sigma}_{ajuste}$. Isto mostra que os algoritmo de ajuste é confiável em fornecer corretamente os parâmetros e os erros associados.

Este mesmo procedimento foi repetido para diferentes conjuntos de parâmetros $\vec{\alpha}_{\rm in}$ e os resultados levaram à mesma conclusão.

Parâmetros	Valor Gerado	Valor Médio Ajustado	rms	$\bar{\sigma}_{ajuste}$
$a_{\bar{K}^*(890)\pi^+}$	0,5	0,500	0,025	0,025
$\delta_{\bar{K}^*(890)\pi^+}$	1,0	1,005	0,068	0,068
$a_{\bar{K}^*(1430)\pi^+}$	0,7	0,699	0,029	0,029
$\delta_{\bar{K}^*(1430)\pi^+}$	1,5	1,498	0,046	0,047
$a_{\bar{K}^*(1680)\pi^+}$	0,5	0,498	0,025	0,026
$\delta_{\bar{K}^*(1680)\pi^+}$	2.0	1,991	0,065	0,065

Tabela 8.1: Comparação entre valores dos parâmetros gerados (mini-MC) e seus valores médios obtidos pelo procedimento de ajuste.

[2]Os parâmetros para o canal não-ressonante não são mostrados já que estão fixos para o ajuste.

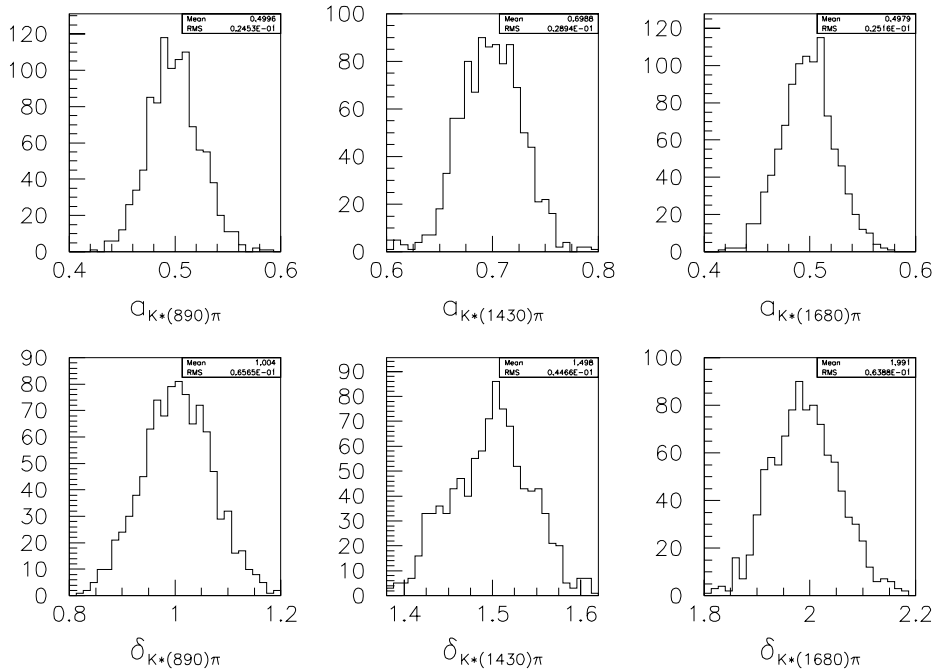

Figura 8.1: Distribuição dos parâmetros ajustados usando 1.000 amostras de mini-MC, cada uma composta de 2.000 eventos.

8.6 Teste do Modelo para Eficiência e Resolução com Amostra de MC791

Na nossa abordagem ao ajuste de eventos de sinal no Dalitz Plot, feita na seção 8.1, introduzimos um modelo para a parametrização dos efeitos relativos à observação destes eventos pelo espectrômetro da E791: construímos um modelo efetivo para descrever eficiência e resolução.

Uma boa maneira de testar este modelo é usar amostras de MC791 geradas de acordo com uma escolha de coeficientes e fases para cada estado intermediário. Este teste é, por construção, totalmente diferente do anterior, onde simplesmente testávamos o *algoritmo*. Neste caso, estaremos verificando, em particular, a nossa escolha por trabalhar com as variáveis *medidas* (M, m_{12}^2, m_{13}^2) na função de ajuste, apesar dos processos físicos, obviamente, dependerem das variáveis *reais*.

A obtenção de amostras de MC791 requer um tempo de CPU muito superior ao requerido para amostras de mini-MC, devido à complexidade da simulação completa dos eventos. Como consequência, não é possível gerar tantas amostras como fizemos no teste do algoritmo.

Para gerar uma amostra de MC791 com uma dada distribuição no Dalitz Plot, os eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, originalmente produzidos uniformemente no espaço de fase, são ponderados de acordo com uma amplitude quadrada $|\mathcal{M}|^2$ como da equação 8.9, onde definimos um conjunto de parâmetros $\vec{\alpha}_{\rm in}$ arbitrário. É importante ressaltar que, na *geração* dos eventos, o méson D é produzido com sua massa nominal ($M = 1,869$ GeV, constante na equação 8.9). Esta amostra é ,então, passada pelas etapas de simulação do detetor, reconstrução e seleções subsequentes, onde estará sendo deformada por efeitos de eficiência e resolução como os dados.

A amostra é ajustada com o modelo que apresentamos anteriormente para o Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ para obter os parâmetros $\vec{\alpha}_{\rm out}$. Neste caso, eventos de *background* não estão incluídos.

Fizemos este teste para 7 amostras, com cerca de 4.200 eventos cada. Também fizemos um ajuste conjunto para todas (cerca de 29.000 eventos, um pouco maior que a nossa

amostra de dados). Os resultados estão mostrados nas tabelas 8.2 e 8.3 (novamente o canal NR é tomado como referência).

Podemos observar que em geral os coeficientes e fases obtidos pelos ajustes são consistentes com os valores gerados dentro de 1 desvio-padrão (1σ), apesar de haver alguns valores que se afastam mais. Assim sendo, julgamos que o modelo é suficientemente confiável.

Parâmetros	$a_{\bar{K}^*(890)\pi^+}$	$a_{\bar{K}^*(1430)\pi^+}$	$a_{\bar{K}^*(1680)\pi^+}$
Valores Gerados	0,336	0,590	0,301
Ajuste Amostra 1	0,319± 0,016	0,632± 0,019	0,328± 0,018
Ajuste Amostra 2	0,352± 0,017	0,579± 0,021	0,297± 0,020
Ajuste Amostra 3	0,323± 0,015	0,610± 0,019	0,280± 0,018
Ajuste Amostra 4	0,330± 0,016	0,572± 0,020	0,259± 0,020
Ajuste Amostra 5	0,341± 0,016	0,576± 0,020	0,299± 0,018
Ajuste Amostra 6	0,332± 0,016	0,609± 0,020	0,314± 0,020
Ajuste Amostra 7	0,316± 0,015	0,594± 0,019	0,310± 0,020
Ajuste Amostra Total	0,330± 0,007	0,594± 0,009	0,295± 0,009

Tabela 8.2: Valores dos coeficentes a_j gerados via MC791 e obtidos pelo ajuste.

Parâmetros	$\delta_{\bar{K}^*(890)\pi^+}$	$\delta_{\bar{K}^*(1430)\pi^+}$	$\delta_{\bar{K}^*(1680)\pi^+}$
Valores Gerados	0,730	1,160	1,580
Ajuste Amostra 1	0,622± 0,048	1,225± 0,037	1,667± 0,049
Ajuste Amostra 2	0,667± 0,047	1,093± 0,048	1,577± 0,054
Ajuste Amostra 3	0,741± 0,049	1,184± 0,039	1,543± 0,056
Ajuste Amostra 4	0,683± 0,048	1,118± 0,046	1,471± 0,064
Ajuste Amostra 5	0,775± 0,047	1,156± 0,042	1,462± 0,054
Ajuste Amostra 6	0,686± 0,051	1,152± 0,041	1,599± 0,054
Ajuste Amostra 7	0,632± 0,050	1,193± 0,040	1,642± 0,052
Ajuste Amostra Total	0,686± 0,022	1,159± 0,019	1,552± 0,025

Tabela 8.3: Valores das fases δ_j geradas via MC791 e obtidas pelo ajuste.

8.7 Avaliando a Qualidade do Ajuste

Nos próximos capítulos, estaremos usando o modelo apresentado neste capítulo (bem como variações do mesmo) para ajustar os dados experimentais. É de fundamental importância que tenhamos uma forma de comparar diferentes ajustes entre si e com isto poder julgar qual (ou quais) parece se adequar melhor à distribuição experimental.

Como descrevemos acima, usamos o método de Máxima Verossimilhança para maximizar o produto das "probabilidades" de cada evento observado, ou, no caso, minimizar a função $fcn = -2\ln\mathcal{L}$. Entretanto, o valor de fcn por si só não tem um sentido absoluto, e sim comparativo: o melhor ajuste dentro de um conjunto de diferentes ajustes *a um mesmo conjunto de dados* será aquele com o menor valor de fcn. De qualquer maneira, é necessário contar com um método de avaliação da qualidade de ajuste que possa ser *absoluto*, permitindo assim julgar se um dado modelo descreve os dados suficientemente bem ou não.

Assim sendo, optamos por usar uma medida de χ^2 bi-dimensional da seguinte maneira. A idéia é dividir o Dalitz Plot em pequenos quadrados de mesma área (*bins* bi-dimensionais), e obter o χ^2 através da soma para todos os *bins*:

$$\chi^2 = \sum_{i\ \ bins} \frac{(N^i_{\rm obs} - N^i_{\rm esp})^2}{N^i_{\rm esp}} \tag{8.16}$$

onde, para o *bin i*, $N_{\rm obs}$ é o número de eventos observados na nossa amostra e $N^i_{\rm esp}$ é o número de eventos esperados, tal como prediz o modelo obtido pela minimização. Para obter $N^i_{\rm esp}$, uma amostra de mini-MC com estatística muito superior à amostra de dados é gerada com uma distribuição ponderada pelo modelo (incluíndo todos os efeitos como resolução, eficiência e *background*), e então re-escalada ao tamanho da amostra de dados.

Como o Dalitz Plot é simétrico em relação às variáveis m^2_{12} e m^2_{13}, devemos observar que tal cálculo de χ^2 deve ser feito para o Dalitz Plot "dobrado" em relação ao eixo $m^2_{12} = m^2_{13}$; definimos portanto os *bins* nas variáveis $m^2_{K\pi(baixa)}$ e $m^2_{K\pi(alta)}$. Além disto, evitamos na equação 8.16 os *bins* com $N^i_{\rm esp} < 5$ para não comprometer o cálculo do χ^2. Na figura 8.2, mostramos a nossa amostra de dados no Dalitz Plot "dobrado"(corresponde à mesma apresentada na figura 7.10) com os correspondentes *bins* usados para o χ^2.

Em geral, estaremos usando o valor de χ^2 por graus de liberdade, χ^2/dof. O número de graus de liberdade é calculado como sendo o número de *bins* subtraído do número de parâmetros livres do ajuste.

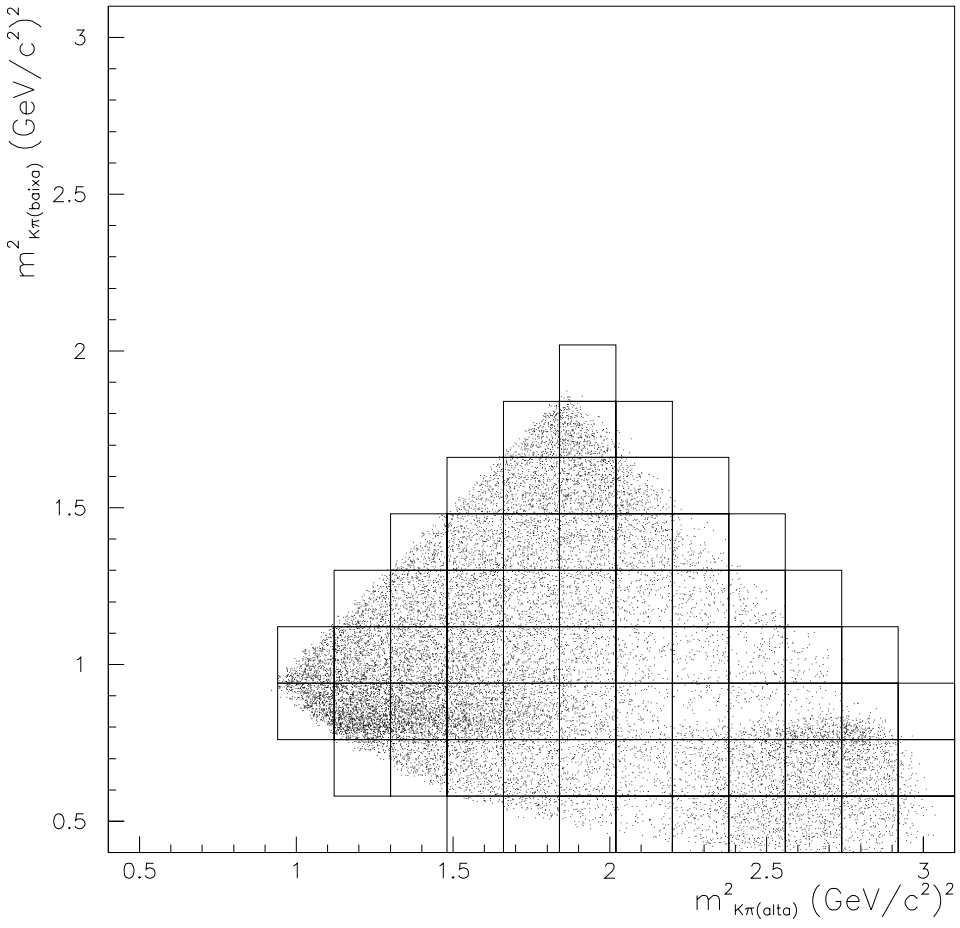

Figura 8.2: Amostra de eventos de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ no Dalitz Plot "dobrado" (nas variáveis $m^2_{K\pi(baixa)}$ e $m^2_{K\pi(alta)}$) e *bins* para o cálculo de χ^2.

Capítulo 9

Resultados para a Parametrização Convencional

Neste capítulo, vamos estudar o Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ conforme descrito no capítulo anterior: usamos a função geral de ajuste apresentada na equação 8.6, fazendo uso do desenvolvimento exposto nas seções 8.1 a 8.4. Vamos estar parametrizando a contribuição não-ressonante por uma funcão constante no espaço de fase ($\mathcal{A}_{NR} = 1$). A esta formulação nos referiremos como *parametrização convencional*, já que é a mesma usada por análises anteriores para o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. A amostra de dados a ser ajustada é aquela mostrada anteriormente na figura 7.10.

Vamos apresentar uma série de resultados com este modelo, incluíndo estudos de efeitos sistemáticos.

9.1 O Estudo das Contribuições ao Dalitz Plot de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$

Queremos indentificar quais os canais intermediários que contribuem ao decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Em princípio, qualquer ressonância K^* apresentada na tabela 3.2 pode estar presente, bem como o estado NR. Para fazer os ajustes, vamos tomar o canal NR como referência: $a_1 = 1$ e $\delta_1 = 0$.

Inicialmente, permitimos no ajuste apenas a presença de estados que foram observados por experimentos anteriores, a saber: NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$. Na

Modelo PC1	$fcn = -109489$; $\chi^2/\mathrm{dof} = 5,3$		
Canal	Coeficiente a	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante	$1,0$	$0,967 \pm 0,024$	0,0
$\bar{K}^*(890)\pi^+$	$0,224 \pm 0,005$	$0,134 \pm 0,004$	$0,89 \pm 0,02$
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	$0,229 \pm 0,004$	$0,312 \pm 0,013$	$1,08 \pm 0,02$
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	$1,022 \pm 0,042$	$0,058 \pm 0,004$	$1,30 \pm 0,04$

Tabela 9.1: Resultados do ajuste de Dalitz Plot com a presença dos estados NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ (Modelo PC1).

tabela 9.1, apresentamos os resultados para este ajuste, chamado [1] Modelo PC1.

Observando as fracões obtidas [2], vemos que o estado NR é totalmente dominante, seguido pelo estado escalar $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$. Comparando nossos resultados com os obtidos pelo experimento E687, mostrados na tabela 3.3, vemos que todas as frações e fases são compatíveis.

Para avaliar a qualidade deste ajuste, calculamos o χ^2 bi-dimensional como apresentado na seção 8.7. Obtivemos $\chi^2/\mathrm{dof} = 5,3$ com 56 graus de liberdade, um valor muito alto.

É interessante analisar em quais regiões do Dalitz Plot o Modelo PC1 está em desacordo com os dados. Para isto, podemos observar o valor do χ^2 para cada *bin* bi-dimensional, como mostrado na figura[3] 9.1. Também podemos comparar as projeções nas três combinações de massas invariantes de dois corpos ($m^2_{K\pi(baixa)}$, $m^2_{K\pi(alta)}$ e $m^2_{\pi\pi}$) para dados e para o modelo resultante do ajuste. Tais projecões estão mostradas na figura 9.2.

Vemos que os desacordos são grandes em várias regiões . As diferenças mais significativas são observadas nas projeções de $m^2_{K\pi(baixa)}$ e $m^2_{\pi\pi}$. Com todos estes dados, podemos concluir que o Modelo PC1 está incompleto.

[1] Nos referiremos a diferentes ajustes com a parametrização convencional (PC) como "Modelo PC#", onde # é um número que os identifique.

[2] Os valores dos coeficientes a não tem um significado absoluto, já que as amplitudes que representam cada sub-canal não são normalizadas.

[3] Para melhor ilustrar, colocamos convencionalmente um sinal negativo no valor de χ^2 por *bin* quando o número de eventos observados é menor do que prediz o modelo ($N_{\mathrm{obs}} < N_{\mathrm{esp}}$).

Modelo PC1

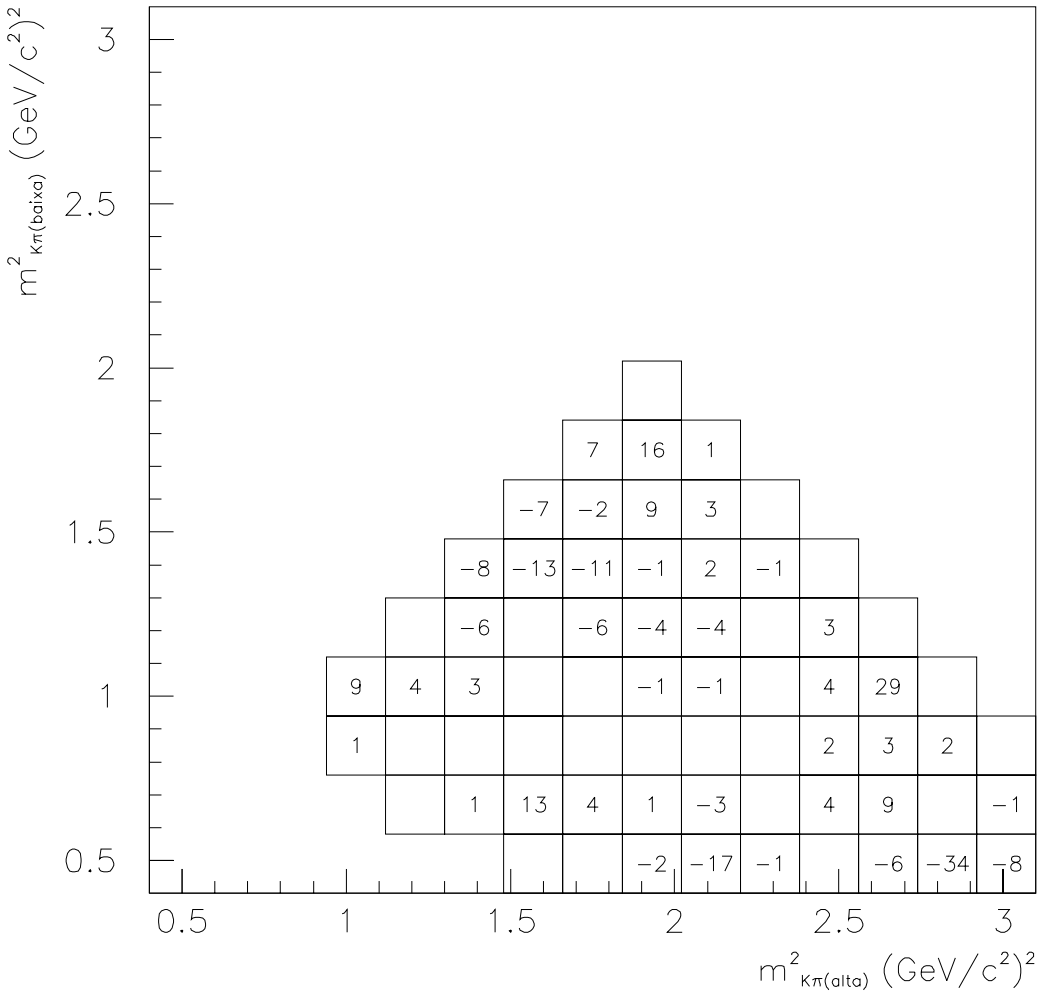

Figura 9.1: Distribuição de χ^2 para o Modelo PC1. Sinal negativo é atribuído quando o número de eventos preditos pelo modelo é maior que o número de eventos observados. Não são mostrados valores de χ^2 menores que a unidade.

Modelo PC1

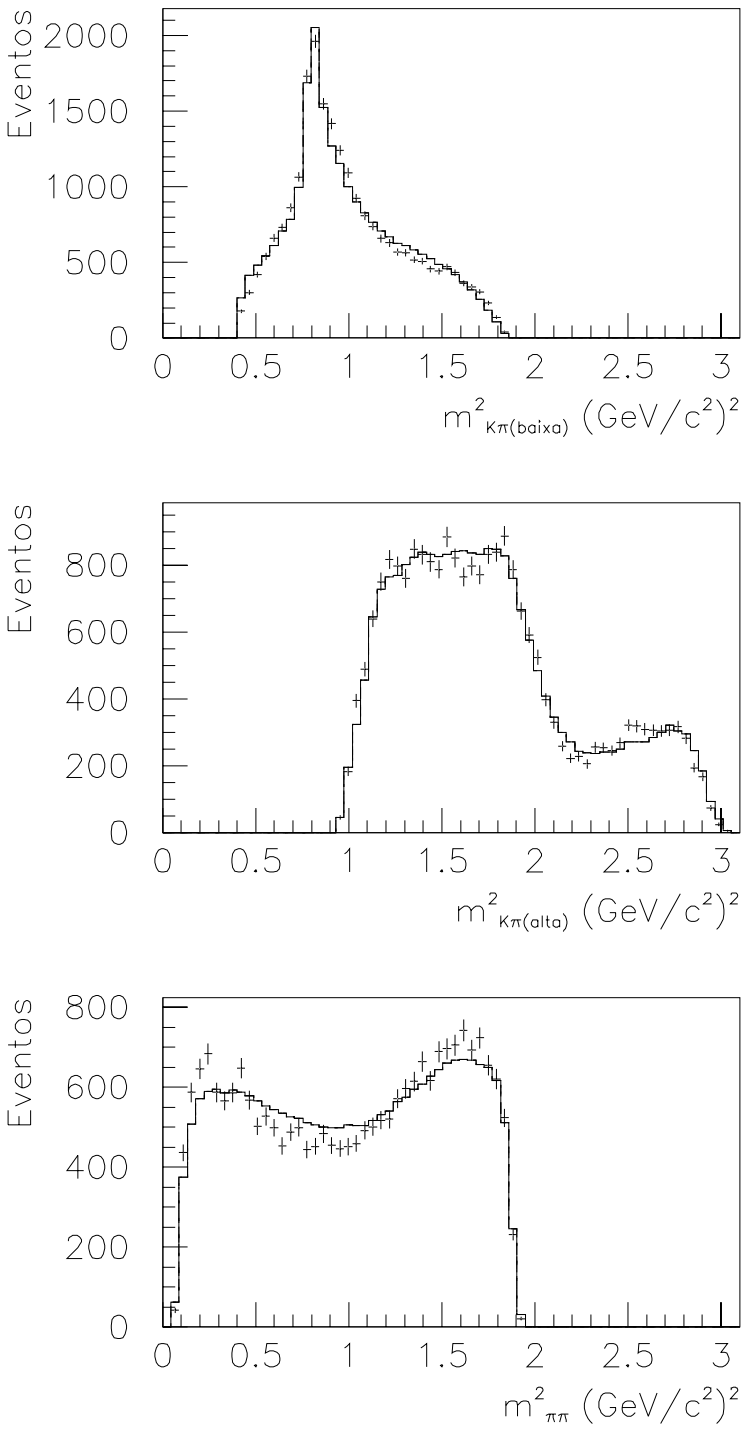

Figura 9.2: Projeções do Dalitz Plot para o Modelo PC1. Os pontos com barras de erros representam os dados e a linha sólida corresponde ao modelo.

Canal	Coeficiente a	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante	$1,0$	$1,030 \pm 0,031$	0,0
$K^*(890)\pi^+$	$0,213 \pm 0,007$	$0,128 \pm 0,005$	$0,91 \pm 0,03$
$\bar{K}^*(1410)\pi^+$	$0,026 \pm 0,053$	$0,000 \pm 0,001$	$6,12 \pm 2,08$
$K_0^*(1430)\pi^+$	$0,226 \pm 0,008$	$0,325 \pm 0,030$	$1,09 \pm 0,04$
$\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$	$1,165 \pm 0,122$	$0,004 \pm 0,001$	$0,87 \pm 0,19$
$K^*(1680)\pi^+$	$0,725 \pm 0,107$	$0,031 \pm 0,010$	$1,22 \pm 0,04$
$\bar{K}_3^*(1780)\pi^+$	$0,068 \pm 0,027$	$0,000 \pm 0,000$	$0,58 \pm 1,51$
$K_4^*(2045)\pi^+$	$0,047 \pm 0,161$	$0,001 \pm 0,001$	$4,82 \pm 0,25$

Tabela 9.2: Resultados do ajuste de Dalitz Plot com a inclusão de todas as possíveis ressonâncias K^*.

O passo seguinte é, então, estender o modelo para permitir a presença de todos os estados ressonantes possíveis. Na tabela 9.2, mostramos o resultado deste ajuste. Além dos canais anteriores, apenas o $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$ tem uma fração significativa; os estados $\bar{K}^*(1410)\pi^+$, $\bar{K}_3^*(1780)\pi^+$ e $\bar{K}_4^*(2045)\pi^+$ apresentam frações compatíveis com zero. É natural, nestas condições, refazer o ajuste excluíndo estes estados.

Fizemos, então, um novo ajuste permitindo a presença dos estados NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$, $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$. Os resultados estão mostrados na tabela 9.3 (Modelo PC2). Estes resultados ratificam o domínio do canal NR e importante contribuição do estado ressoante escalar $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$. Vemos que a soma das frações é superior a 150%, indicando a presença de interferências destrutivas significativas, principalmente entre os canais NR e $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$.

Para este ajuste obtivemos $\chi^2/\mathrm{dof} = 3,1$, um resultado bem melhor que o do Modelo PC1 (sem o canal $K_2^*(1430)\pi^+$), mas, ainda assim, um valor bastante alto. Mostramos a distribuição de χ^2 e as projeções para o Modelo PC2 nas figuras 9.3 e 9.4, respectivamente. Vemos, a partir das projeções, que o ajuste representa razoavelmente bem grande parte dos três espectros, mas falha para algumas pequenas regiões ; por exemplo, o modelo prediz mais eventos do que os observados na região de baixa massa em $m^2_{K\pi(baixa)}$ ($m^2_{K\pi(baixa)} < 0,6$ GeV^2), onde os erros são pequenos. Este desacordo também pode ser observado na distribuição de χ^2 [4] : esta região em $m^2_{K\pi(baixa)}$, relacionada com a região de $m^2_{K\pi(alta)} > 2,7$ GeV^2 é a que gera, em particular, o mais alto bin com $\chi^2 = 40$. Por outro lado,

[4] Algumas diferenças entre modelo e dados são mais claras de serem observadas nas projeções, enquanto outras na distribuição de χ^2.

Modelo PC2	$fcn = -109679; \quad \chi^2/\text{dof} = 3,1$		
Canal	Coeficiente a	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante	$1,0$	$1,039 \pm 0,023$	0,0
$\bar{K}^*(890)\pi^+$	$0,211 \pm 0,005$	$0,127 \pm 0,004$	$0,89 \pm 0,02$
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	$0,229 \pm 0,004$	$0,336 \pm 0,014$	$1,11 \pm 0,02$
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	$0,791 \pm 0,034$	$0,038 \pm 0,003$	$1,22 \pm 0,04$
$\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$	$1,208 \pm 0,105$	$0,005 \pm 0,001$	$0,89 \pm 0,11$

Tabela 9.3: Resultados do ajuste de Dalitz Plot com a presença dos canais NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$, $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ (Modelo PC2).

em uma região de $m^2_{K\pi(alta)}$ um pouco abaixo, o modelo prediz menos eventos do que os observados, como visto na projeção $m^2_{K\pi(alta)}$ perto de 2,6 GeV^2.

O estado $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$ não havia sido observado anteriormente no decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Vemos que sua inclusão é de grande importância para a melhoria do ajuste, mesmo contribuindo com uma fração de 0,5%.

O próximo passo neste estudo foi testar a retirada de cada uma das contribuições encontradas no Modelo PC2. Os resultados mostraram que a ausência de qualquer uma produz uma significativa queda na qualidade do ajuste.

Dos resultados obtidos aqui, podemos então concluir que o melhor ajuste que encontramos com a parametrização convencional corresponde ao Modelo PC2 (tabela 9.3). Estariam presentes no nosso modelo os canais NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$, $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$.

Vimos, entretanto, que este modelo ainda apresenta algumas deficiências: existem regiões do espaço de fase em que a função de ajuste não é capaz de reproduzir a distribuição experimental. Globalmente, isto se reflete no alto valor de 3,1 para o χ^2/dof.

Modelo PC2

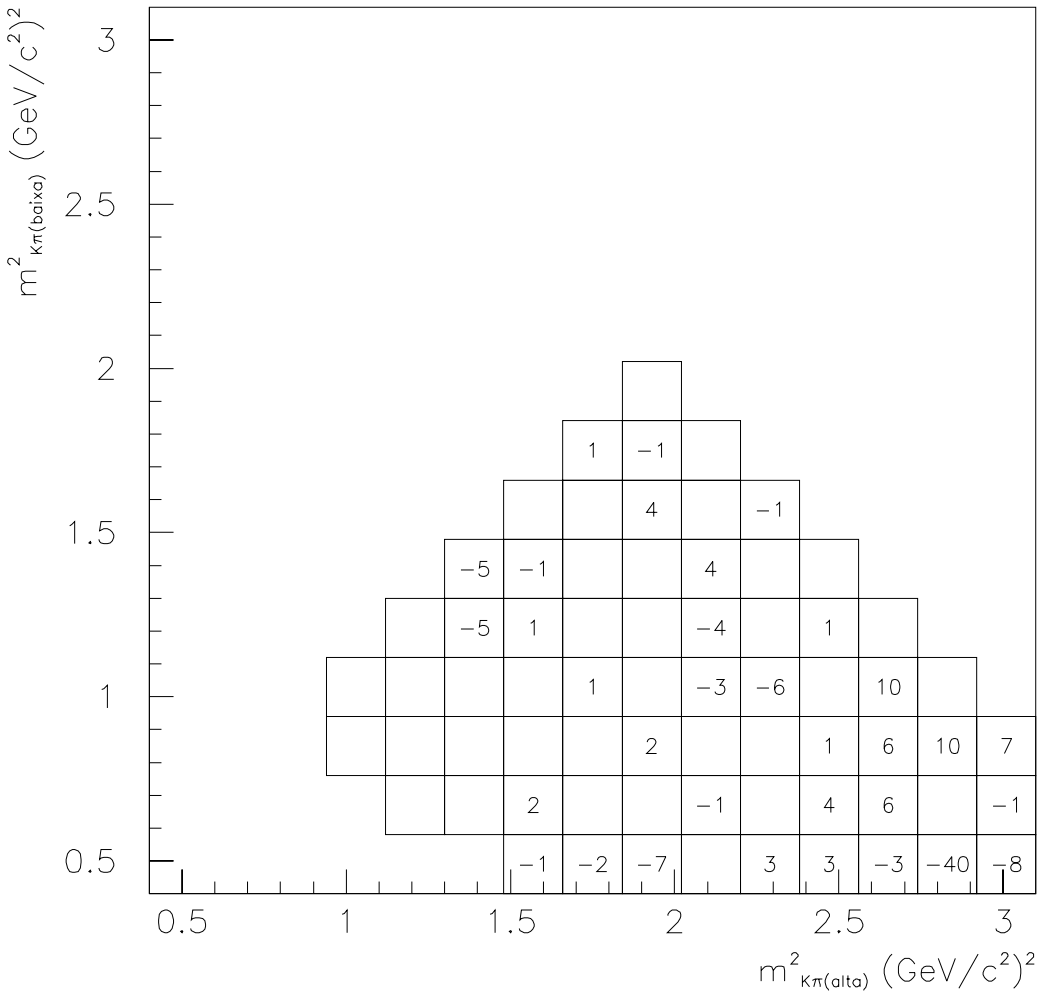

Figura 9.3: Distribuição de χ^2 para o Modelo PC2.

Modelo PC2

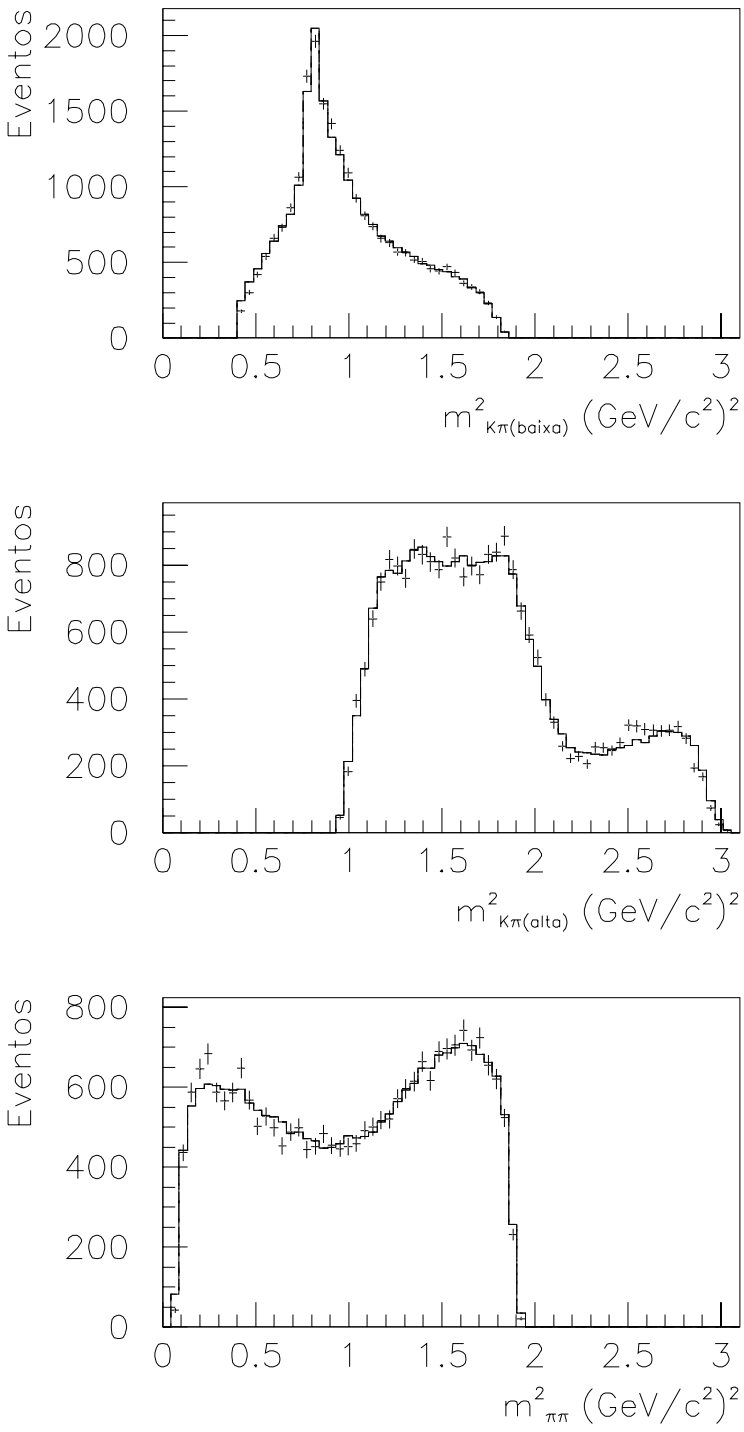

Figura 9.4: Projeções do Dalitz Plot para o Modelo PC2.

9.2 Estimativa dos Erros Sistemáticos

Nesta seção, vamos fazer um estudo dos possíveis efeitos sistemáticos presentes na nossa análise. Como modelo de ajuste, tomamos Modelo PC2, ou seja, com a presença dos canais NR, $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$, $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ e $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$.

O estudo dos erros sistemáticos se dividiu em duas categorias básicas: estudo dos resultados para divisões da amostra total em sub-conjuntos não correlacionados (chamamos tipo I) e estudo dos resultados para variações no modelo de ajuste (tipo II).

Para estudos do tipo I, deveremos ser capazes de estimar quanto da diferença obtida para os parâmetros é devida a flutuações estatísticas e quanto deve ser associada a efeitos sistemáticos. Para isto, usamos a técnica do fator-S utilizada comumente pelo PDG (ref.[1], pg.10).

Para estudos do tipo II, os ajustes são feitos com a amostra total e é o modelo em si que é alterado. Neste caso, os erros estatísticos dos diferentes ajustes são totalmente correlacionados e estimamos os erros sistemáticos diretamente da variação dos valores centrais das medidas.

9.2.1 Erros Sistemáticos Tipo I: Divisões da Amostra Total

Existem algumas variáveis que podem ser interessantes para ser usadas como teste sistemático. Enumeramos abaixo as que consideramos que são as mais relevantes nesta análise:

1. Ajustes para as amostras de D^+ e D^- separadamente.

2. Ajustes para as amostras em diferentes regiões de momento transverso quadrado do D (p_T^2).

3. Ajustes para as amostras em sub-regiões da massa invariante $K\pi\pi$ (M).

A divisão em D^+ e D^- é importante já que existem efeitos de resolução e eficiência que dependem da carga. Escolhemos também o estudo em regiões de p_T^2 visto que muitas variáveis que usamos como cortes têm grande correlação com p_T^2. Por último, a divisão

em regiões da massa invariante (M) do D nos dá uma estimativa de como o efeito de resolução afeta os resultados.

Para calcular os erros sistemáticos associados às divisões acima, primeiramente testamos a consistência estatística de que as N amostras independentes possam ser ajustadas por um único (médio) conjunto de parâmetros de ajuste. Isto é representado, para cada parâmetro, na forma de um χ^2 com $N-1$ graus de liberdade:

$$\chi^2 = \sum_i^N \frac{(x_i - \langle x \rangle)^2}{\sigma_i^2} \tag{9.1}$$

onde

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_i x_i/\sigma_i^2}{\sum_i 1/\sigma_i^2} \tag{9.2}$$

Agora comparamos $\chi^2/(N-1)$ com a unidade. Se $\chi^2/(N-1) \leq 1$, então os valores obtidos para o parâmetro x são compatíveis entre si e não existe erro sistemático associado. Entretanto, se $\chi^2/(N-1) > 1$, existe um problema sistemático. Caso re-escalássemos todos os erros σ_i por um fator $\sqrt{\chi^2/(N-1)}$, o novo valor de $\chi^2/(N-1)$ seria claramente 1. Assim, comparado com o erro estatístico combinado da medida ponderada,

$$\bar{\sigma} \;=\; \frac{1}{\sqrt{\sum_i 1/\sigma_i^2}} \tag{9.3}$$

teríamos um novo erro re-escalado ($\tilde{\sigma}$) de:

$$\tilde{\sigma} \;=\; \bar{\sigma}\,\sqrt{\frac{\chi^2}{N-1}} \;=\; \sqrt{\frac{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}{N-1}} \tag{9.4}$$

Este erro seria então a estimativa do erro *total*, incluíndo ambos os efeitos estatísticos e sistemáticos. Para obter a estimativa do erro sistemático, bastaria então tomar:

$$\sigma_{\rm I}^{\rm sis} \;=\; \sqrt{\tilde{\sigma}^2 - \bar{\sigma}^2} \tag{9.5}$$

onde tomamos o símbolo $\sigma_{\rm I}^{\rm sis}$ para representar o erro sistemático de tipo I.

Como ilustração, vamos abordar com detalhe o estudo para a divisão em sub-amostras de D^+ e D^- (ítem 1 acima). Os outros estudos são feitos de maneira similar.

Canal	Fraçao (f) D^+	D^-	Fase (δ) D^+	D^-
Não-Ressonante	$1,063 \pm 0,033$	$1,014 \pm 0,032$	0,0(fixed)	0,0(fixed)
$K^*(890)\pi^+$	$0,125 \pm 0,006$	$0,130 \pm 0,005$	$0,88 \pm 0,03$	$0,91 \pm 0,03$
$K^*(1430)\pi^+$	$0,364 \pm 0,022$	$0,312 \pm 0,019$	$1,13 \pm 0,03$	$1,09 \pm 0,03$
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	$0,033 \pm 0,004$	$0,041 \pm 0,004$	$1,22 \pm 0,07$	$1,22 \pm 0,06$
$K_2^*(1430)\pi^+$	$0,005 \pm 0,001$	$0,005 \pm 0,001$	$0,75 \pm 0,17$	$1,02 \pm 0,14$

Tabela 9.4: Resultados do Ajuste para as amostras de D^+ and D^- separadamente.

Sub-Amostras de D^+ e D^-

Para fazer os ajustes de Dalitz Plot para as amostras de D^+ e D^- não basta apenas separá-las e usar as mesmas funções anteriores. Primeiramente, fazemos o ajuste do espectro $K\pi\pi$ para cada uma, para obter os correspondentes parâmetros de $S(M)$ (como na equação 7.2). Mostramos tais ajustes na figura 9.5; como pode se observar, os picos centrais para as distribuições de massa de D^+ e D^- estão afastados em cerca de 5 MeV. Assim sendo, a função resolução $S(M)$ é diferente para as duas amostras. Também obtivemos as correspondentes distribuições de eficiência ($\epsilon(\phi)$) no Dalitz Plot através das amostras de MC791 de D^+ e D^-.

O resultado dos ajustes de Dalitz Plot para D^+ e D^- está mostrado na tabela 9.4. Notamos que existe uma razoável compatibilidade entre as duas amostras.

Os erros sistemáticos associados à separação da amostra em D^+ e D^-, obtidos através dos resultados da tabela 9.4, estão mostrados na primeira coluna da tabela 9.5.

Os Outros Estudos Sistemáticos do Tipo I

Os outros estudos sistemáticos do tipo I (ítens 2 e 3 acima) foram feitos pelas seguinte sub-divisões :

2. Regiões de p_T^2: tomamos sub-amostras com tamanhos similares para três regiões de p_T^2 (medido em GeV^2): $p_T^2 < 0,75$; $0,75 < p_T^2 < 2,0$; $p_T^2 > 2,0$.

3. Regiões de massa do D (M medido em GeV): $1,85 < M < 1,865$; $1,865 < M < 1,875$; $1,875 < M < 1,89$.

O procedimento para os ajustes foi similar ao da sub-divisão em D^+ e D^-: para

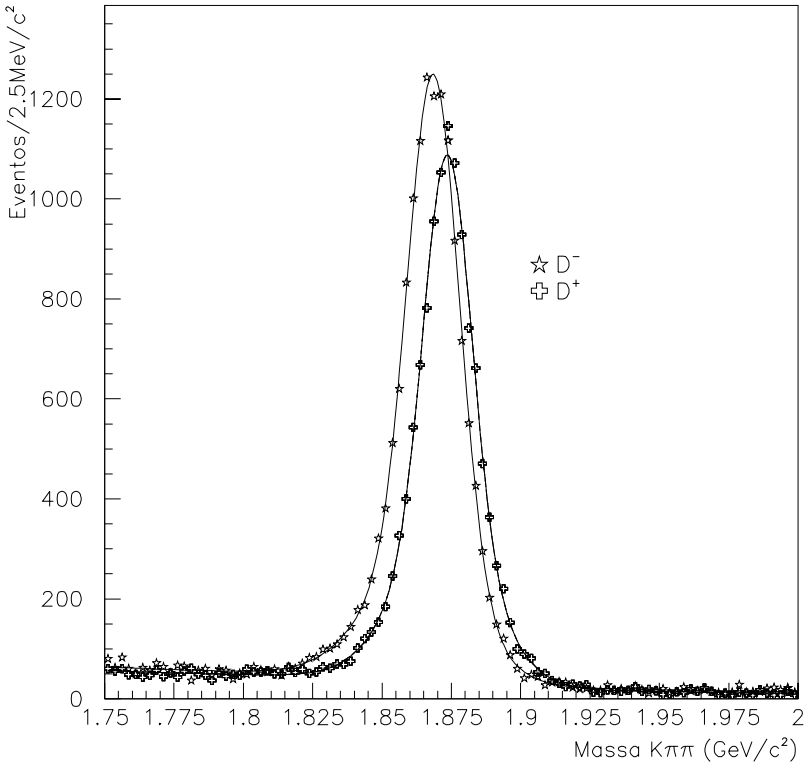

Figura 9.5: Ajustes do espectro de massa $K\pi\pi$ para as amostras de D^+ e D^-.

Erros Sistemáticos nas Frações				
Canal	Carga	p_T^2	Massa do D	TOTAL
NR	0,008	0,008	0,036	0,038
$K^*(890)\pi^+$	0,000	0,009	0,000	0,009
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	0,021	0,000	0,003	0,021
$K^*(1680)\pi^+$	0,003	0,005	0,002	0,006
$\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$	0,000	0,000	0,000	0,000
Erros Sistemáticos nas Fases				
Canal	Carga	p_T^2	Massa do D	TOTAL
NR	0,00	0,00	0,00	0,00
$K^*(890)\pi^+$	0,00	0,02	0,04	0,05
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	0,00	0,00	0,04	0,04
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	0,00	0,01	0,07	0,07
$K_2^*(1430)\pi^+$	0,08	0,19	0,00	0,21

Tabela 9.5: Erros sistemáticos tipo I para fracões e fases.

cada sub-amostra de dados, era necessário fazer as correspondentes divisões na amostra de MC791 para obter as correções de eficiência; também os efeitos de resolução eram estudados em separado. Isto foi necessário já que tais efeitos variam para as diferentes divisões tomadas e, portanto, devem ser levados em consideração.

Mostramos na tabela 9.5 os erros sistemáticos obtidos para os três estudos. Também apresentamos a estimativa total do erro tipo I para cada parâmetro, obtido pela soma em quadratura dos erros individuais.

9.2.2 Erros Sistemáticos Tipo II: Variações no Modelo de Ajuste

Na nossa parametrização convencional, existem fontes de incerteza devido ao modelo em si. Queremos estudar como o ajuste é sensível a tais incertezas. Por exemplo, o nosso modelo tem fixadas as forma das distintas fontes de *background* (combinatorial e reflexões) no Dalitz Plot, bem como forma e número de eventos para as reflexões no espectro $K\pi\pi$. Além disto, existem parâmetros imprecisos na descrição das ressonâncias. Vamos aqui considerar os seguintes estudos sistemáticos:

1. Variações na forma de sinal e *background* no espectro $K\pi\pi$ ($S(M)$ e $B_i(M)$).

2. Variação na forma da representação do *background* no Dalitz Plot ($P_{B_i}(M,\phi)$).

3. Variações no parâmetro r que descreve os fatores de forma F_D e F_R (ver tabela 3.1).

4. Variações de massas e larguras das ressonâncias de acordo com a incerteza do PDG.

Como estamos ajustando a mesma amostra com diferentes modelos, os erros estatísticos são totalmente correlacionados e qualquer diferença nos valores dos parâmetros deve ser atribuída a efeitos sistemáticos. Buscamos estimar os erros sistemáticos do tipo II de uma maneira parecida a que fizemos para os do tipo I, mas considerando as seguintes diferenças:

- Vamos admitir que qualquer variação feita no modelo é igualmente provável a qualquer outra. Desta maneira, o valor médio de uma medida não será ponderando (como na equação 9.2), e sim uma média aritmética $\langle x \rangle = \sum_i x_i/N$, onde N agora representa o número de variantes para o ajuste.

- Como não estamos fazendo sub-divisões da amostra, um fator $1/\sqrt{N}$ deve ser removido da expressão para $\tilde{\sigma}$, já que reflete o fato de que estávamos tomando a média de N sub-divisões para chegar ao erro da amostra combinada. Agora, queremos encontrar o desvio-padrão associado à distribuição das várias medidas (e não o desvio-padrão da média).

- A variância total agora não deve ser o resultado da subtração de $\tilde{\sigma}$ pela variância estatítica. Como dito acima, como os ajustes são feitos com a mesma amostra, qualquer diferença nos valores dos parâmetros deve ser devida exclusivamente a efeitos sistemáticos.

Fazendo estas modificações, obtemos:

$$\sigma_{\mathrm{II}}^{\mathrm{sis}} = \sqrt{\frac{\sum_i^N x_i^2 - N\langle x \rangle^2}{N-1}} \tag{9.6}$$

Para o estudo do ítens 1 e 2 acima, tomamos variações razoáveis para as descrições de sinal e *background*, como por exemplo: mudamos a forma de $S(M)$ para gaussiana (e não a soma de duas gaussianas), aumentamos o número de eventos esperados para a reflexão

Erros Sistemáticos nas Frações		
Canal	$S(M), B_i(M), P_{B_i}(M,\phi), F_D, F_R$	$m, , \{K_0^*(1430),\ K^*(1680)\}$
NR	0,011	0,030
$K^*(890)\pi^+$	0,005	0,002
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	0,014	0,023
$K^*(1680)\pi^+$	0,001	0,002
$\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$	0,001	0,000
Erros Sistemáticos nas Fases		
Canal	$S(M), B_i(M), P_{B_i}(M,\phi), F_D, F_R$	$m, , \{K_0^*(1430),\ K^*(1680)\}$
NR	0,00	0,00
$K^*(890)\pi^+$	0,01	0,02
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	0,01	0,03
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	0,08	0,06
$K_2^*(1430)\pi^+$	0,08	0,03

Tabela 9.6: Erros sistemáticos tipo II para fracões e fases.

$D_s^+ \to \bar{K}^* K^+$, bem como sua forma, e tomamos constante a descrição do *background* combinatorial no Dalitz Plot.

Para o ítem 3, tomamos os valores de $r = 1,5$ GeV^{-1} e $r = 5,0$ GeV^{-1} para F_D e $r = 0,8$ GeV^{-1} e $r = 3,0$ GeV^{-1} para F_R. (A parametrização convencional usa os valores intermediários $r = 3,0$ GeV^{-1} para F_D e $r = 1,5$ GeV^{-1} para F_R.)

No ítem 4, tomamos variações de um desvio-padrão acima e abaixo dos valores tabelados pelo PDG para massa e largura das ressonâncias $K_0^*(1430)$ e $K^*(1680)$: $m_{K_0^*(1430)} = 1,429 \pm 0,006$ GeV, , $_{K_0^*(1430)} = 0,287 \pm 0,023$ GeV, $m_{K^*(1680)} = 1,717 \pm 0,027$ GeV, , $_{K^*(1680)} = 0,322 \pm 0,110$ GeV.

Na tabela 9.6, mostramos os resultados obtidos para os erros sistemáticos do tipo II. Apresentamos separadamente os erros para o ítem 4 já que não são devidos ao nosso modelo de ajuste e sim à incerteza nas medidas das ressonâncias largas. Vemos que há uma grande contribuição a este erro sistemático devido à variação de massa e largura do $K_0^*(1430)$, que influencia bastante as fracões dos canais NR e $K_0^*(1430)$, bem como em sua fase relativa.

9.2.3 A Estimativa Total para os Erros Sistemáticos

A estimativa total dos erros sistemáticos foi feita tomando os erros tipo I e tipo II em quadratura. Entretanto, optamos por apresentar os erros sistemáticos devido às massas e larguras à parte, como um terceiro erro, da mesma maneira como fez o experimento E687.

Apresentamos o resultado para o nosso melhor modelo usando a parametrização convencional, Modelo PC2, com erros sistemáticos na tabela 9.7.

Modelo PC2	$fcn = -109489; \quad \chi^2/\mathrm{dof} = 3,1$	
Canal	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante	$1,039 \pm 0,023 \pm 0,040 \pm 0,030$	0,0
$K^*(890)\pi^+$	$0,127 \pm 0,004 \pm 0,010 \pm 0,002$	$0,89 \pm 0,02 \pm 0,05 \pm 0,02$
$K^*(1430)\pi^+$	$0,336 \pm 0,014 \pm 0,025 \pm 0,023$	$1,11 \pm 0,02 \pm 0,04 \pm 0,03$
$K^*(1680)\pi^+$	$0,038 \pm 0,003 \pm 0,006 \pm 0,002$	$1,22 \pm 0,04 \pm 0,11 \pm 0,06$
$\tilde{K}_2^*(1430)\pi^+$	$0,005 \pm 0,001 \pm 0,001 \pm 0,000$	$0,89 \pm 0,11 \pm 0,23 \pm 0,03$

Tabela 9.7: Resultados do ajuste de Dalitz Plot para o Modelo PC2 com erros sistemáticos.

Capítulo 10

O Estudo Experimental da Contribuição Não-Ressonante

Como vimos no capítulo anterior, nossos resultados usando a parametrização convencional mostram uma dominante contribuição do canal não-ressonante. Este fato foi também verificado anteriormente em outros experimentos.

Com a nossa grande amostra de dados, temos a possibilidade de estudar a contribuição NR ao decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Vamos seguir basicamente as idéias expostas no Capítulo 4 e buscar, com isto, melhorar o modelo fenomenológico de descrição do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$.

10.1 Amplitude do Modelo de Fatorização

No capítulo 4, estudamos o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ a partir da hipótese de fatorização para a amplitude fraca. Chegamos a uma expressão para a amplitude de decaimento que resultou em uma distribuição NR no Dalitz Plot como dada na figura 4.2. Como observamos anteriormente, dentro do modelo de cálculo que usamos, tal distribuição não reproduz efeitos não-perturbativos, não-fatorizáveis, como a troca de glúons de baixa energia (glúons *moles*). Não sabemos predizer, em princípio, como tais efeitos podem afetar a distribuição, apesar de que podemos esperar que estes sejam efeitos dispersivos.

Começamos o nosso estudo da contribuição NR tentando, como parametrização para esta amplitude ($\mathcal{A}_{NR}$), a expressão exata encontrada pelo modelo de fatorização, como dada na equação 4.10.

Modelo NR1	$fcn = -107012; \quad \chi^2/\text{dof} = 36,3$		
Canal	Coeficiente a	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante	$0,625 \pm 0,024$	$1,543 \pm 0,164$	$-1,55 \pm 0,04$
$\bar{K}^*(892)\pi^+$	$0,865 \pm 0,016$	$0,125 \pm 0,007$	$1,56 \pm 0,03$
$K^*(1430)\pi^+$	$1,0$	$0,374 \pm 0,012$	$0,0$
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	$20,227 \pm 0,783$	$1,437 \pm 0,152$	$-2,03 \pm 0,05$
$K_2^*(1430)\pi^+$	$9,563 \pm 0,798$	$0,017 \pm 0,003$	$2,44 \pm 0,04$

Tabela 10.1: Resultados do ajuste para o Modelo NR1: modelo de fatorização para a amplitude NR.

As amplitudes ressonantes são mantidas como antes e permitimos interferência entre todos os canais. De aqui em diante, tomamos o canal $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$ como referência ($a_{\bar{K}_0^*(1430)\pi^+} = 1$, $\delta_{\bar{K}_0^*(1430)\pi^+} = 0$) já que o objetivo é estudar variações da amplitude NR no Dalitz Plot. Assim sendo, à amplitude NR associamos um coeficiente a_{NR} e uma fase δ_{NR} a serem obtidos pelo ajuste.

Obtivemos os resultados mostrados na tabela 10.1. Podemos observar as grandes frações do canal NR e do canal $\bar{K}^*(1680)\pi^+$, e pouca diferença de fase relativa. Como a amplitude do canal $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ está definida negativa (devido ao fator $(-2)^J$, ver equação 3.12), esta pouca diferença de fase corresponde, a menos da fase inerente da Breit-Wigner, a uma interferência destrutiva entre estas duas amplitudes. Havíamos observado ao final da seção 4.2 que a contribuição da corrente de spin 1 do modelo de fatorização, de fato, se assemelha muito à forma do decaimento ressonante $\bar{K}^*(1680)\pi^+$. É possível, com isto, que o método de ajuste não esteja sendo capaz de diferenciar muito entre as duas amplitudes, criando esta aparente interferência destrutiva como forma de contrabalançá-las.

Vemos, além disto, que os valores de fcn e de χ^2/dof deste ajuste (tabela 10.1) refletem uma qualidade de ajuste muito inferior à obtida com a parametrização convencional (tabela 9.3). Isto se evidencia também ao observar a distribuição de χ^2 e projeções (figuras 10.1 e 10.2).

Como discutimos no Capítulo 4, o modelo de fatorização tal como obtivemos na equação 4.10 não deve ser tomado como solução para a parametrização da amplitude NR e sim como uma primeira motivação ao estudo desta amplitude. Vamos a seguir apresentar algumas extensões naturais ao modelo.

Modelo NR1

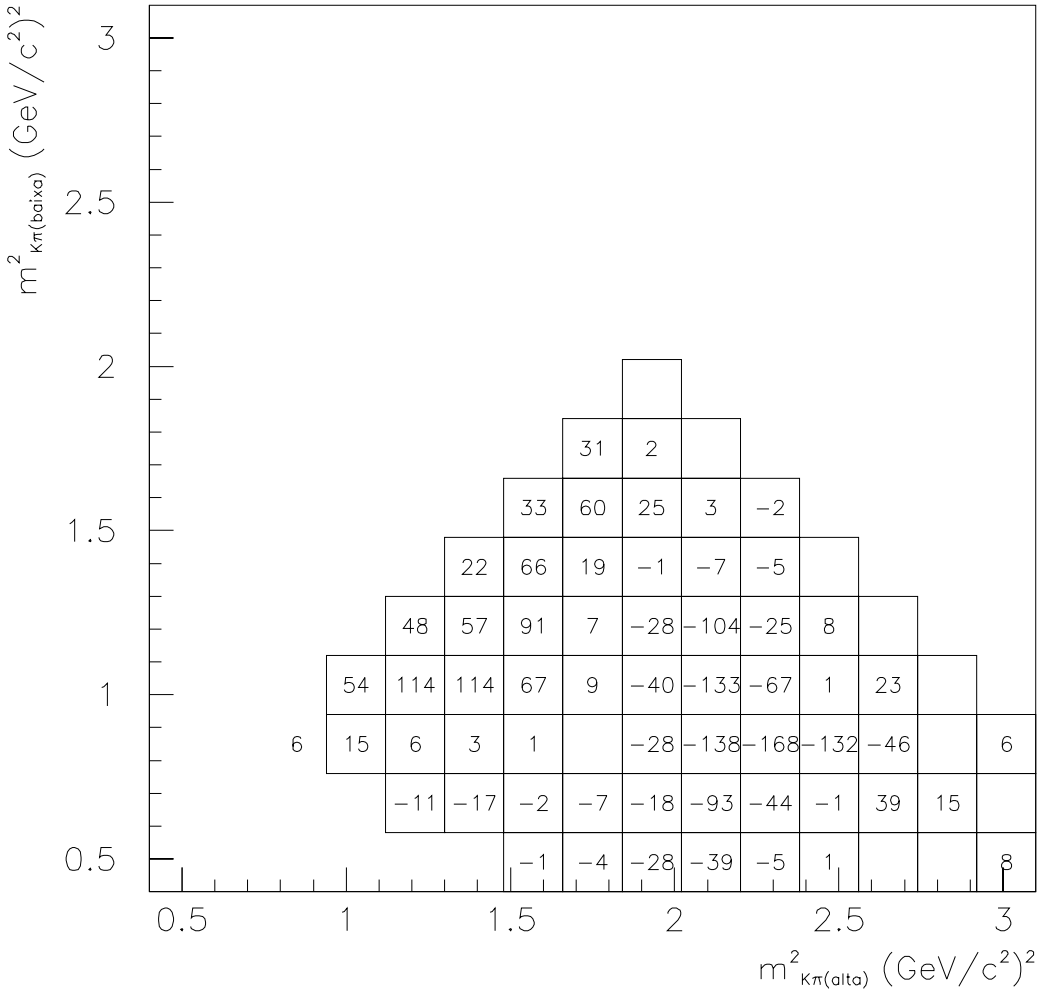

Figura 10.1: Distribuição de χ^2 para o Modelo NR1.

Modelo NR1

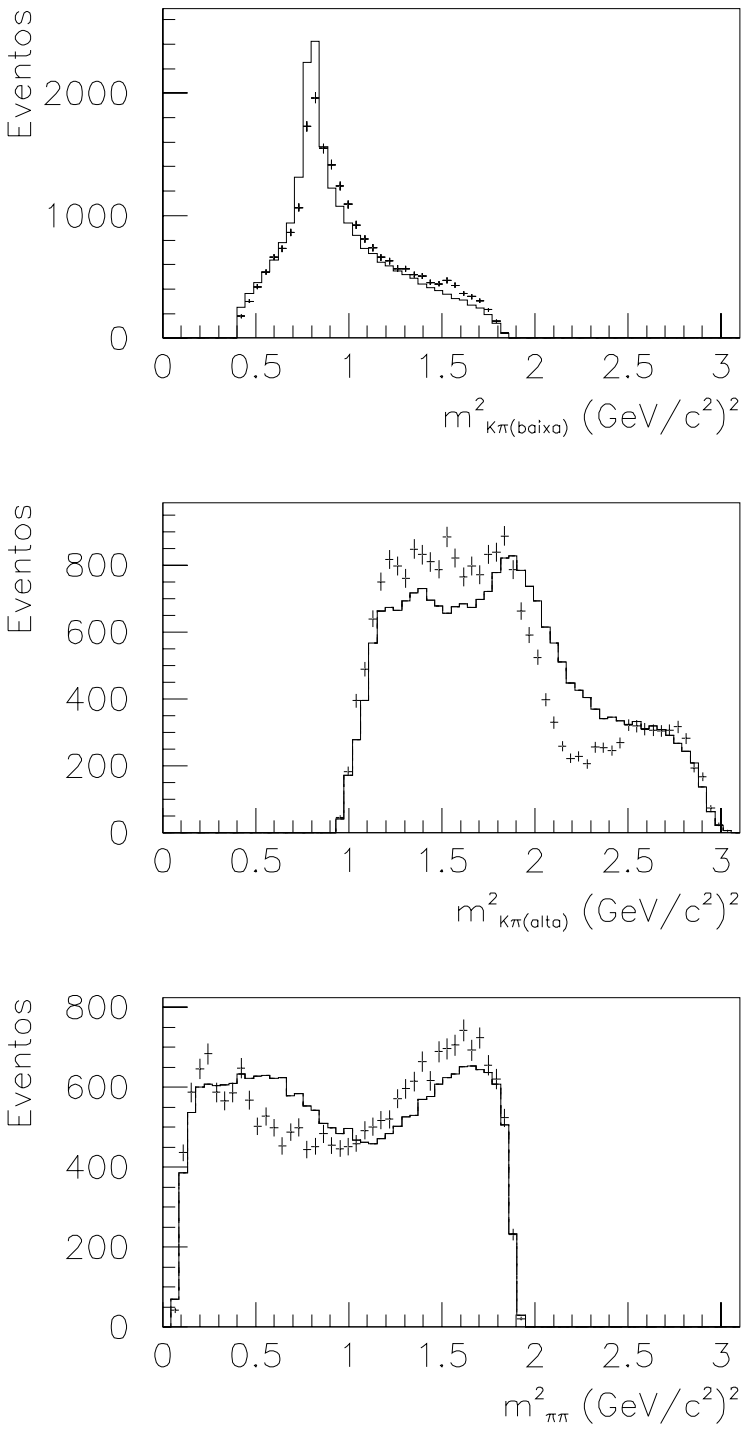

Figura 10.2: Projeções do Dalitz Plot para o Modelo NR1.

10.2 Variações ao Modelo de Fatorização

Uma variação natural da amplitude dada pela equação 4.10 é tomar as contribuições para os termos de spin 0 e de spin 1 como independentes, permitindo interferência entre elas. Desta maneira, escrevemos a amplitude NR como a soma de termos da seguinte maneira:

$$\mathcal{A}_{NR} = a_0 e^{i\delta_0}\mathcal{A}_{\text{spin}-0} + a_1 e^{i\delta_1}\mathcal{A}_{\text{spin}-1} \ , \tag{10.1}$$

onde

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{spin}-0} &= F^{0^+}_{D\pi}(m^2_{12}) f_0(m^2_{12}) \frac{(m^2_D - m^2_\pi)(m^2_K - m^2_\pi)}{m^2_{12}} \\ &+ (m^2_{12} \leftrightarrow m^2_{13})\end{aligned} \tag{10.2}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{spin}-1} &= F^{1^-}_{D\pi}(m^2_{12}) f_+(m^2_{12}) \ \{ \ (m^2_D + m^2_K + 2m^2_\pi - 2m^2_{13} - m^2_{12}) \\ &+ \frac{(m^2_D - m^2_\pi)(m^2_K - m^2_\pi)}{m^2_{12}} \ \} + (m^2_{12} \leftrightarrow m^2_{13})\end{aligned} \tag{10.3}$$

Nas equações 10.2 e 10.3 acima, omitimos por conveniência os fatores constantes comuns aos dois termos, o que resulta simplesmente em uma redefinição dos coeficientes a_0 e a_1. Como vimos nas equações 4.11 e 4.12, os fatores de forma estão dados por:

$$\begin{aligned}F^{J^P}_{D\pi}(q^2) &= \left(1 - \frac{q^2}{M^2_{D\pi,J^P}}\right)^{-1} \ ; \\ f_{+,0}(q^2) &= f_{+,0}(0)\left(1 + \lambda_{+,0}\frac{q^2}{m^2_\pi}\right)\end{aligned} \tag{10.4}$$

Dado que tomamos os dois termos de maneira independente (cada um associado a um coeficiente e uma fase), apresentamos os resultados da seguinte maneira. "Frações" para cada um dos termos NR podem ser definidas tal como vínhamos fazendo (veja equação 3.15). A fração total NR é obtida tomando a amplitude NR quadrada *total*, dada pela equação 10.1:

$$f_{NR} = \frac{\int dm^2_{12} dm^2_{13} \ |\mathcal{A}_{NR}|^2}{\int dm^2_{12} dm^2_{13} \ |\sum_j \ a_j e^{i\delta_j}\mathcal{A}_j|^2} \tag{10.5}$$

Modelo NR2	$fcn = -109427$; $\chi^2/\mathrm{dof} = 4,8$		
Canal	Coeficiente a	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante: spin 0	$2,649 \pm 0,042$	$0,904 \pm 0,022$	$-0,98 \pm 0,02$
spin 1	$0,212 \pm 0,021$	$0,180 \pm 0,034$	$3,13 \pm 0,10$
Total		$1,012 \pm 0,040$	
$\bar{K}^*(892)\pi^+$	$0,875 \pm 0,024$	$0,126 \pm 0,004$	$-0,10 \pm 0,04$
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	$1,0$	$0,368 \pm 0,014$	$0,0$
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	$3,645 \pm 0,671$	$0,046 \pm 0,017$	$2,80 \pm 0,18$
$\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$	$6,908 \pm 0,655$	$0,009 \pm 0,002$	$0,91 \pm 0,06$

Tabela 10.2: Resultados do ajuste para o Modelo NR2: modelo de fatorização para a amplitude NR tomando os termos de spin 0 e spin 1 de maneira independente.

Na tabela 10.2, apresentamos os resultados obtidos (Modelo NR2). Observando as frações, vemos que, neste modelo, a maior contribuição ao decaimento vem da componente de spin 0 da amplitude NR. A qualidade do ajuste, neste caso, é muito superior à anterior (modelo NR1, tabela 10.1), mas ainda bem inferior à do ajuste com a parametrização convencional.

Com estes resultados, vemos que ainda assim o modelo não é satisfatório. Como havíamos discutido no capítulo 4, tal modelo toma uma descrição efetiva e simplificada do que em realidade pode ser um processo muito complexo, onde efeitos não-fatorizáveis (troca de glúons moles, por exemplo) não sejam desprezíveis. A presença deste tipo de efeito poderia trazer como consequência a perda de informações sobre o decaimento fraco.

Sendo assim, os efeitos não perturbativos podem estar mascarando o processo fraco. Como uma maneira simplificada de dar conta da dispersão causada por tais efeitos, podemos permitir no modelo anterior a presença de um termo constante, com seu coeficiente e fase.

Escrevemos agora a amplitude NR como sendo:

$$\mathcal{A}_{NR} = a_{\mathrm{cons}} e^{i\delta_{\mathrm{cons}}} + a_0 e^{i\delta_0} \mathcal{A}_{\mathrm{spin}-0} + a_1 e^{i\delta_1} \mathcal{A}_{\mathrm{spin}-1} \ . \tag{10.6}$$

Obtemos os resultados mostrados na tabela 10.3 (Modelo NR3). Vemos que o termo constante agora é o dominante; sua fração de $1,862 \pm 0,228$ é muito alta e reflete um grande padrão de interferência, principalmente com o termo de spin 0: de fato, existe

uma oposição de fase entre estas amplitudes e, como consequência, a fração total para a parte NR $(1,234 \pm 0,046)$ é significativamente menor que a do termo constante isolado.

A qualidade deste ajuste é muito superior a dos ajustes anteriores (NR1 e NR2) sem o termo constante. É também superior a do ajuste feito com apenas o termo constante (parametrização convencional, Modelo PC2): temos agora um valor χ^2/dof de 2,5, comparado ao valor de 3,1 anterior.

Em geral, os erros para as frações neste modelo se apresentaram maiores que aqueles para o Modelo PC2 (ver tabela 9.3). Isto indica uma maior correlação entre as várias componentes. O erro para a fração do canal $\bar{K}^*(1680)\pi^+$, por exemplo, é muito grande e certamente se relaciona ao fato de a componente NR de spin 1 ter forma parecida. Notamos também que, comparado ao Modelo PC2, a fração do canal $\bar{K}^*(890)\pi^+$ diminuiu significativamente.

Mostramos a distribuição de χ^2 e as projeções nas figuras 10.3 e 10.4, respectivamente. Comparando estas às distribuições para o Modelo PC2, vemos que há melhoras significativas; em particular, a região de baixa massa $m^2_{K\pi(baixa)} < 0,6$ GeV^2, está muito melhor representada.

Na figura 10.5, mostramos a forma da contribuição NR isolada, de acordo com o Modelo NR3. Para obter tal distribuição, tomamos o módulo quadrado da amplitude dada na equação 10.6, com os parâmetros obtidos pelo ajuste. Esta figura é a soma dos termos diretos e de interferência das três contribuições para a amplitude NR: constante, spin 0 e spin 1. Na figura 10.6 mostramos cada um destes termos em separado. Vemos, em particular, o grande termo de interferência entre o termo constante e o de spin 1, conforme havíamos mencionado acima.

Apesar de a fração devida ao termo uniforme ser amplamente dominante, vemos pela figura 10.5 que se observa uma importante variação da amplitude NR ao longo do Dalitz Plot.

Modelo NR3

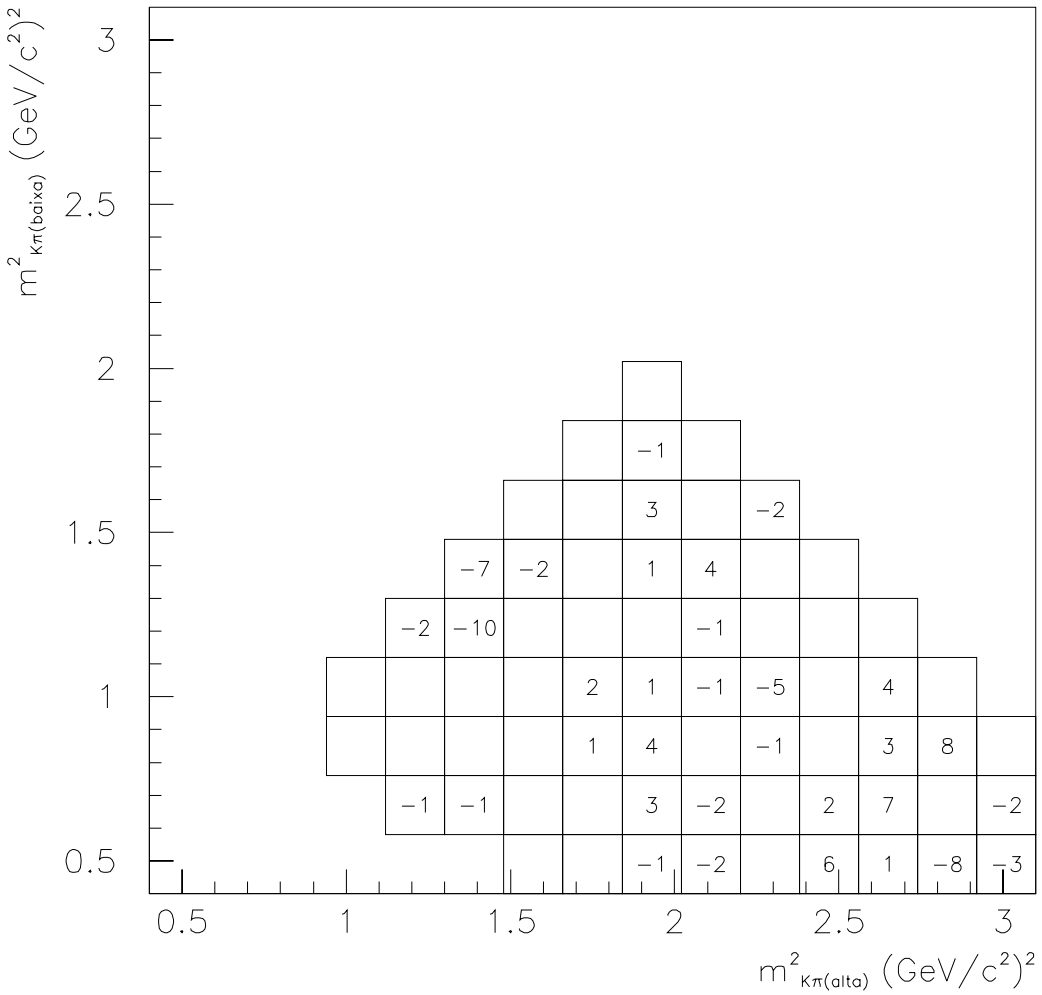

Figura 10.3: Distribuição de χ^2 para o Modelo NR3.

Modelo NR3

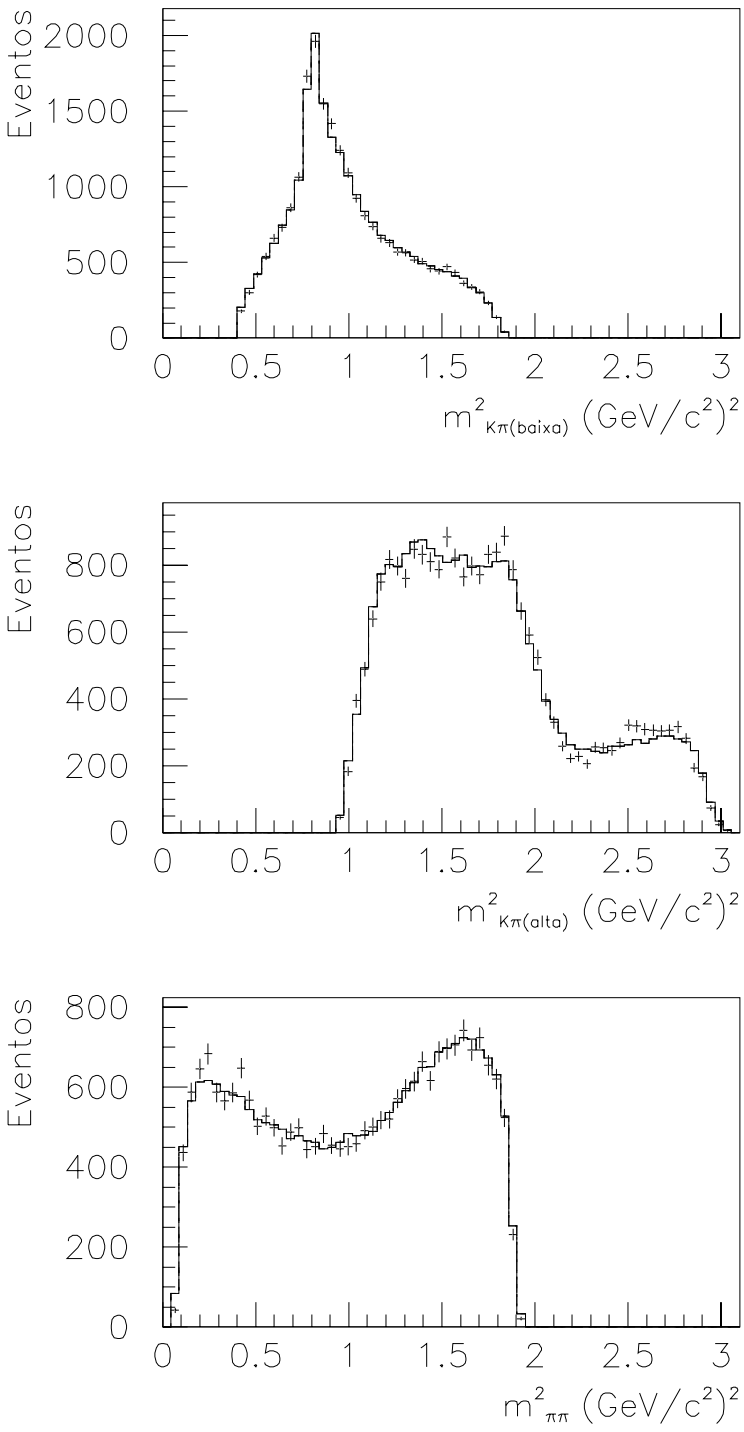

Figura 10.4: Projeções do Dalitz Plot para o Modelo NR3.

Modelo NR3		$fcn = -109745$; $\chi^2/\text{dof} = 2,5$		
Canal		Coeficiente a	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante:	constante	$5,713 \pm 0,344$	$1,863 \pm 0,228$	$-1,43 \pm 0,10$
	spin 0	$1,027 \pm 0,319$	$0,130 \pm 0,083$	$1,13 \pm 0,28$
	spin 1	$0,125 \pm 0,024$	$0,059 \pm 0,024$	$2,99 \pm 0,19$
	Total		$1,234 \pm 0,046$	
$K^*(892)\pi^+$		$0,828 \pm 0,032$	$0,108 \pm 0,004$	$-0,45 \pm 0,04$
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$		$1,0$	$0,351 \pm 0,018$	$0,0$
$K^*(1680)\pi^+$		$3,821 \pm 0,837$	$0,048 \pm 0,021$	$1,13 \pm 0,18$
$\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$		$4,030 \pm 0,551$	$0,003 \pm 0,001$	$-0,13 \pm 0,18$

Tabela 10.3: Resultados do ajuste para o Modelo NR3: modelo de fatorização para a amplitude NR tomando os termos de spin 0 e spin 1 de maneira independente e incluindo um termo constante.

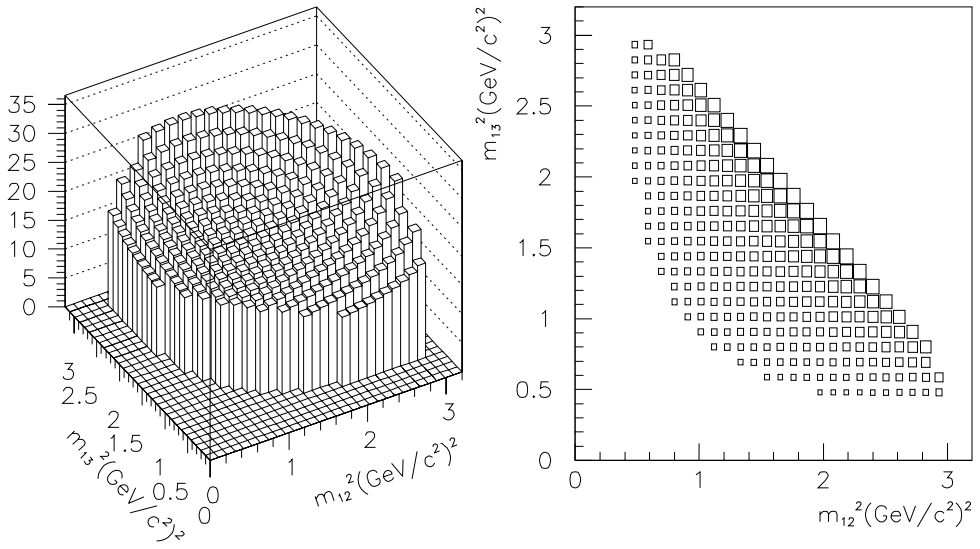

Figura 10.5: Forma da contribuição NR isolada de acordo com o Modelo NR3.

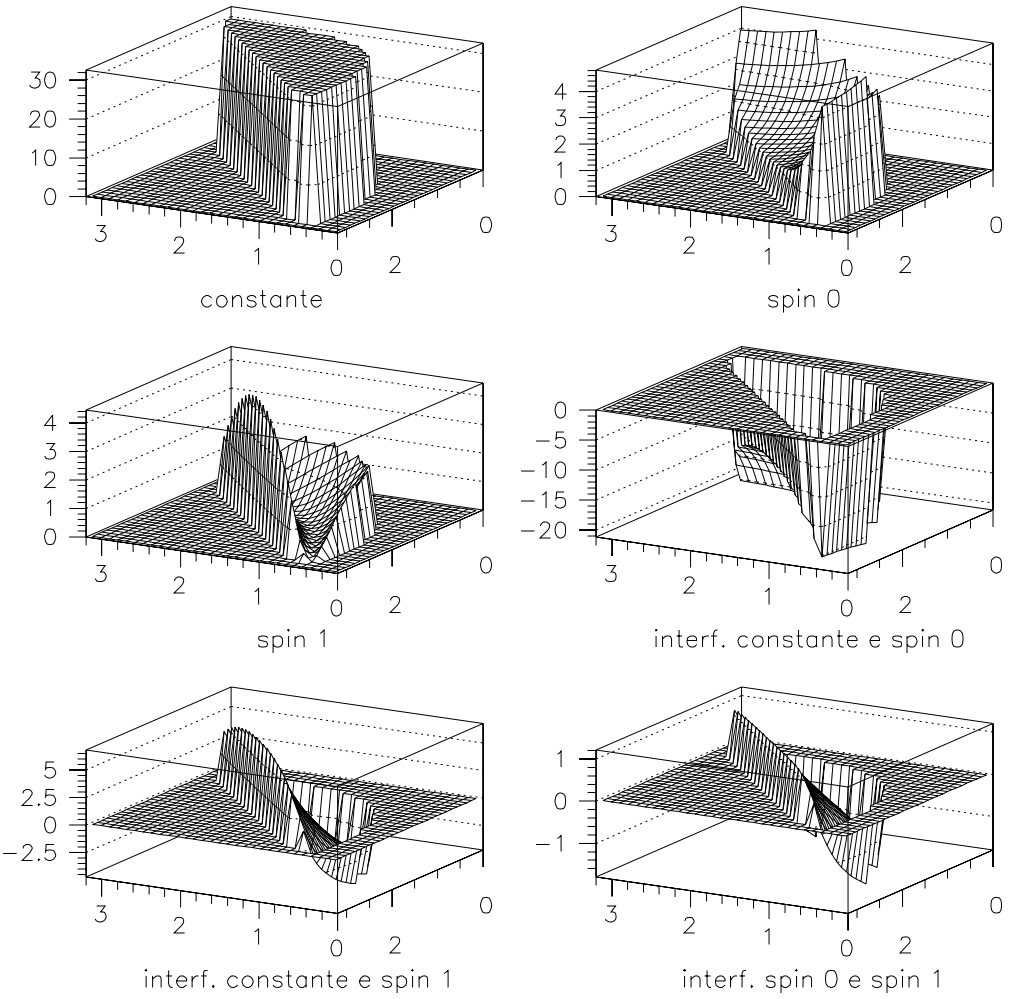

Figura 10.6: Contribuições diretas e de interferência para os termos da amplitude NR de acordo com o Modelo NR3.

Modelo NR4	$fcn = -109755;\ \ \chi^2/\mathrm{dof} = 2,5$		
Canal	Coeficiente a	Fração f	Fase δ
NR: constante	$5,751 \pm 0,357$	$1,833 \pm 0,234$	$-1,24 \pm 0,20$ + $(-0,89 \pm 0,79)(m_{12}^2 + m_{13}^2)$
spin 0	$1,193 \pm 0,397$	$0,170 \pm 0,114$	$0,91 \pm 0,29$
spin 1	$1,709 \pm 0,441$	$0,108 \pm 0,054$	$2,84 \pm 0,16$
Total		$1,252 \pm 0,210$	
$K^*(892)\pi^+$	$0,849 \pm 0,037$	$0,110 \pm 0,005$	$-0,45 \pm 0,04$
$K^*(1430)\pi^+$	$1,0$	$0,341 \pm 0,019$	$0,0$
$K^*(1680)\pi^+$	$4,888 \pm 1,153$	$0,077 \pm 0,035$	$1,20 \pm 0,13$
$K_2^*(1430)\pi^+$	$3,988 \pm 0,563$	$0,003 \pm 0,001$	$-0,07 \pm 0,20$

Tabela 10.4: Resultados do ajuste para o Modelo NR4: Extensão do Modelo NR3 permitindo que a fase da amplitude NR varie linearmente com as variáveis de Dalitz Plot.

Um estudo alternativo realizado foi a busca de uma possível variação da fase da amplitude NR ao longo do Dalitz Plot. No modelo convencional de análise de Dalitz Plot, as fases que associamos às diferentes amplitudes são tratadas como constantes. Para testar esta hipótese, permitimos uma variação linear da fase da amplitude constante (que é a que mais contribui de acordo com o Modelo NR3) com relação as variáveis de Dalitz Plot.

Assim sendo, escrevemos a amplitude NR da sequinte maneira:

$$\mathcal{A}_{NR} = a_{\mathrm{cons}} e^{i\{\delta_{\mathrm{cons}} + \alpha(m_{12}^2 + m_{13}^2)\}} + a_0 e^{i\delta_0} \mathcal{A}_{\mathrm{spin}-0} + a_1 e^{i\delta_1} \mathcal{A}_{\mathrm{spin}-1} \ . \tag{10.7}$$

O ajuste é feito então de maneira a determinar o conjunto de parâmetros a_i, δ_i e α. Mostramos o resultado deste ajuste (Modelo NR4) na tabela 10.4. Vemos que todas as frações e fases são compatíveis com as obtidas para o Modelo NR3 e $\alpha = -0,89 \pm 0,79$, compatível com zero com um desvio-padrão. Além disto, a qualidade de ajuste também é compatível. Dados estes resultados, somos levados a concluir que não há evidência, neste modelo, de variação da fase no Dalitz Plot e, assim, preferimos o Modelo NR3 ao Modelo NR4.

10.3 Função Genérica

Como discutimos no Capítulo 4, a parametrização para parte NR pode, em princípio, afetar os resultados de todos os outros canais. Devido à possibilidade de correlações entre as diferentes amplitudes, é possível haver uma inter-dependência entre a forma que o método de ajuste encontra para a contribuição NR e o resultado para as outras amplitudes. De fato, vimos como frações e fases para os estados ressonantes variaram por usar a parametrização do Modelo NR3 comparada à parametrização convencional, Modelo PC2.

Como maneira de nos estender no estudo da contribuição NR, e tendo em conta a discussão acima, tomamos uma função bastante genérica, inspirada livremente na dependência da amplitude de fatorização com as variáveis m_{12}^2 e m_{13}^2. Usamos, assim, um polinômio de segundo grau somado a um termo inverso nestas variáveis, como mostrado a seguir:

$$\mathcal{A}_{NR} = c_1 + c_2(m_{12}^2 + m_{13}^2) + c_3(m_{12}^2 m_{13}^2) + c_4(m_{12}^4 + m_{13}^4) + c_5(1/m_{12}^2 + 1/m_{13}^2) \qquad (10.8)$$

Não existe uma motivação fenomenológica para esta amplitude; simplesmente buscamos, com isto, testar uma forma relativamente ampla para a componente NR. Tomamos, em princípio, uma única fase para a amplitude NR e fazemos o ajuste de maneira a determinar, como antes, coeficientes e fases para todas as amplitudes, e, agora também, os coeficientes c da equação acima.

Os resultados estão mostrados na tabela 10.5 (Modelo NR5). Vemos que, comparada ao Modelo NR3, a qualidade de ajuste é inferior, apesar de ter o mesmo número de parâmetros para representar a componente NR. Também podemos comparar através das distribuições de χ^2 e projeções, mostradas nas figuras 10.7 e 10.8. Somos levados, assim, a preferir o Modelo NR3 em relação ao Modelo NR5.

A forma da componente NR isolada no Dalitz Plot é mostrada na figura 10.9, sendo obtida pelo módulo quadrado da equação 10.8. Vemos que esta forma é bastante diferente da dada pelo Modelo NR3. Se comparamos os resultados para frações e fases dos canais

Modelo NR5	$fcn = -109723;\ \ \chi^2/\mathrm{dof} = 2,8$		
Canal	Coeficiente c	Fração f	Fase δ
Não-Ressonante	$c_1 = 12,09 \pm 0,41$ $c_2 = -2,62 \pm 0,16$ $c_3 = 0,10 \pm 0,19$ $c_4 = 0,50 \pm 0,04$ $c_5 = -1,48 \pm 0,15$	$1,066 \pm 0,074$	$-1,18 \pm 0,03$
Canal	Coeficiente a	Fração f	Fase δ
$K^*(892)\pi^+$	$0,880 \pm 0,029$	$0,107 \pm 0,008$	$-0,36 \pm 0,04$
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$	$1,0$	$0,309 \pm 0,011$	$0,0$
$K^*(1680)\pi^+$	$4,957 \pm 0,258$	$0,071 \pm 0,008$	$0,26 \pm 0,09$
$K_2^*(1430)\pi^+$	$4,032 \pm 0,447$	$0,003 \pm 0,001$	$-0,47 \pm 0,15$

Tabela 10.5: Resultados do ajuste para o Modelo NR5: Amplitude NR dada pela equação 10.8.

ressonantes para este dois modelos, notamos também que existem importantes diferenças para os canais $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$ e $\bar{K}^*(1680)\pi^+$. Este resultado ratifica a inter-dependência das várias amplitudes. Obtivemos uma forma diferente para a componente NR, mas em compensação alguns canais ressonantes sofreram variações.

Variações para o Modelo NR5 foram testadas, como por exemplo a inclusão de fases diferentes para os diferentes termos da amplitude NR e inclusão de fase variável. Nenhum resultado se mostrou superior ao Modelo NR3.

10.4 Modelo NR3 e Erros Sistemáticos

Dos resultados obtidos nas seções anteriores, escolhemos o Modelo NR3 como mais representativo para a amplitude NR. Para este, então, refazemos o estudo de erros sistemáticos da mesma maneira que a apresentada na seção 9.2.1. Isto é necessário visto que os efeitos sistemáticos podem ser diferentes em função do modelo utilizado, dadas as correlações entre as diferentes amplitudes.

Na tabela 10.6 mostramos os resultados para o Modelo NR3 incluíndo os erros sistemáticos.

Modelo NR5

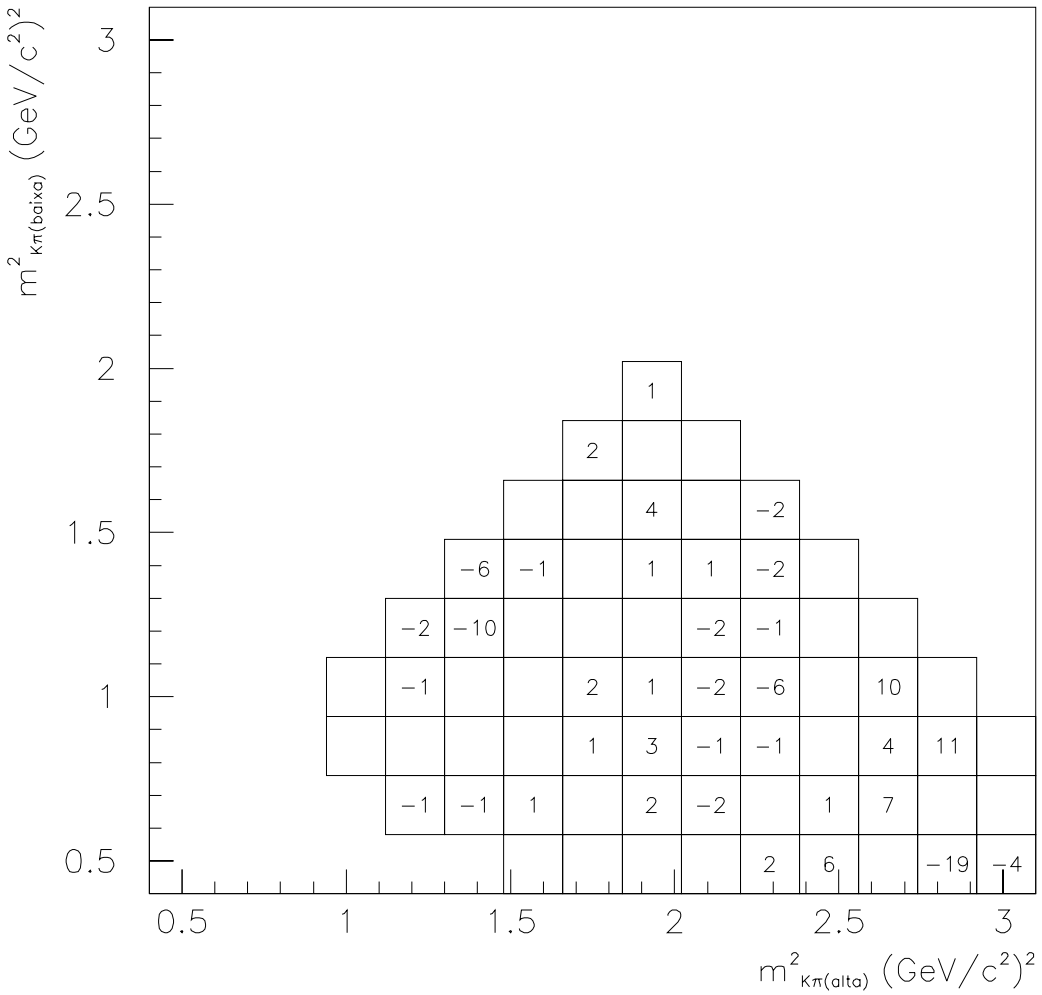

Figura 10.7: Distribuição de χ^2 para o Modelo NR5.

Modelo NR5

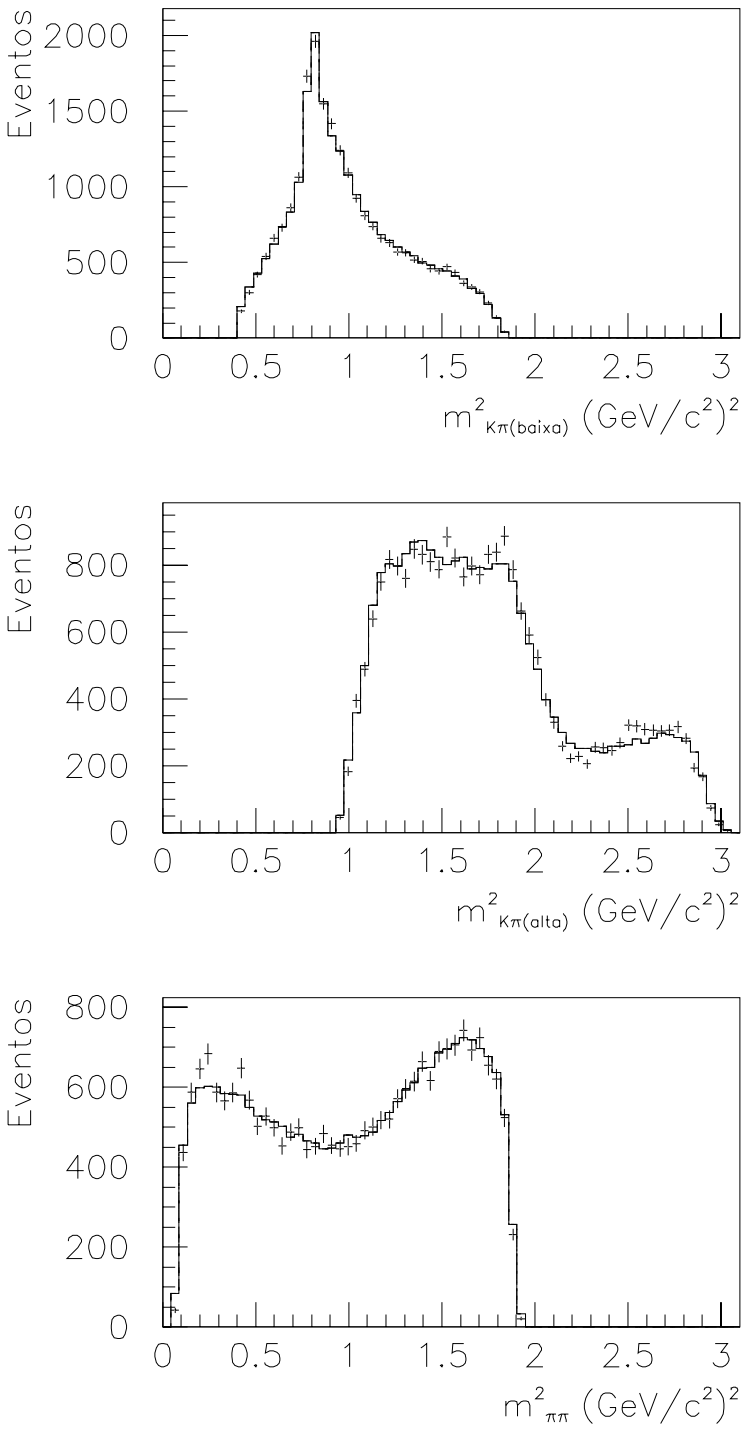

Figura 10.8: Projeções do Dalitz Plot para o Modelo NR5.

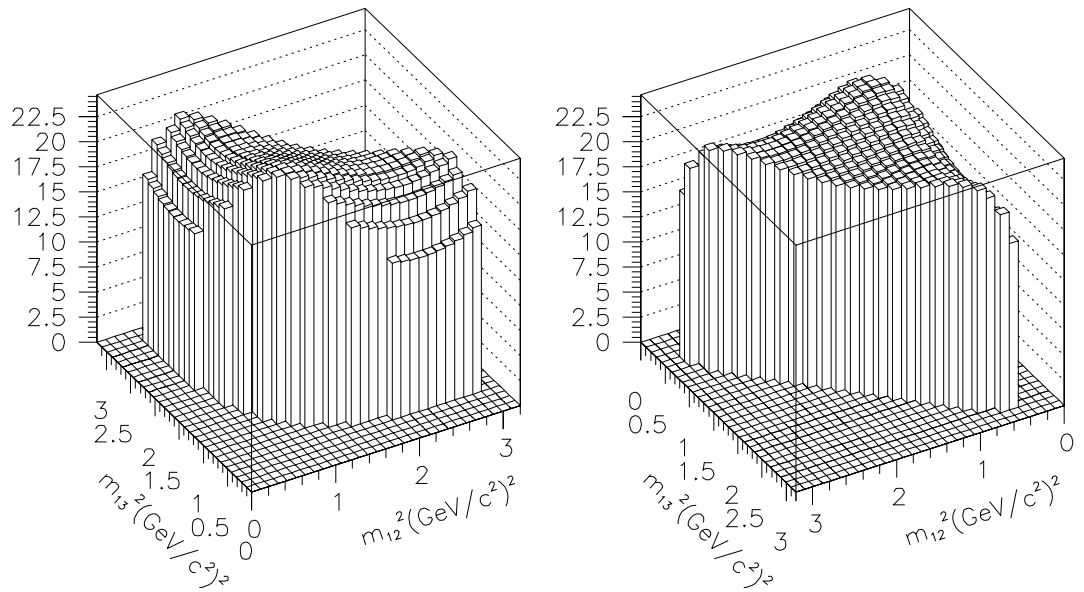

Figura 10.9: Forma da contribuição NR isolada de acordo com o Modelo NR5.

Modelo NR3		$fcn = -109745$; $\chi^2/\text{dof} = 2,5$	
Canal		Fração f	Fase δ
Não-Ressonante:	constante	$1,863 \pm 0,228 \pm 0,260 \pm 0,130$	$-1,43 \pm 0,10 \pm 0,12 \pm 0,05$
	spin 0	$0,130 \pm 0,083 \pm 0,039 \pm 0,022$	$1,13 \pm 0,28 \pm 0,38 \pm 0,13$
	spin 1	$0,059 \pm 0,024 \pm 0,044 \pm 0,025$	$2,99 \pm 0,19 \pm 0,14 \pm 0,09$
	Total	$1,234 \pm 0,046 \pm 0,101 \pm 0,056$	
$K^*(892)\pi^+$		$0,108 \pm 0,004 \pm 0,009 \pm 0,001$	$-0,45 \pm 0,04 \pm 0,10 \pm 0,04$
$\bar{K}^*(1430)\pi^+$		$0,351 \pm 0,018 \pm 0,014 \pm 0,029$	$0,0$
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$		$0,048 \pm 0,021 \pm 0,012 \pm 0,008$	$1,13 \pm 0,18 \pm 0,39 \pm 0,26$
$\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$		$0,003 \pm 0,001 \pm 0,001 \pm 0,000$	$-0,13 \pm 0,18 \pm 0,37 \pm 0,09$

Tabela 10.6: Resultados do ajuste para o Modelo NR3 incluíndo erros sistemáticos.

Capítulo 11

Conclusões

O objetivo desta tese foi estudar a amplitude não-ressonante em decaimentos hadrônicos do méson D em três corpos. Nossa motivação, por um lado, se baseou em que, historicamente, a abordagem a este canal sempre foi a de admitir que o decaimento estava determinado pela cinemática de uma partícula sem spin decaindo a outras três igualmente sem spin. Desta maneira, o processo fraco responsável pela desintegração do méson D não estaria sendo considerado na dinâmica da reação. Por outro lado, resultados mais recentes de algumas análises de Dalitz Plot de mésons D não apresentaram uma boa descrição da física destes decaimentos. Em particular, o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, com grande fração para o canal NR, foi o que apresentou a pior qualidade de ajuste entre modelo e dados.

De uma maneira geral, para análises de Dalitz Plot de decaimentos com relativamente poucos eventos e onde a contribuição NR seja pequena, parametrizar esta amplitude por uma função constante pode ser suficiente. Entretanto, com o aumento da estatística charmosa, um tratamento mais rigoroso da amplitude NR passa a ser importante, podendo modificar resultados obtidos anteriormente.

Desde o ponto de vista fenomenológico, argumentamos que não existe nenhuma razão *a priori* para considerar o canal NR contribuindo de maneira uniforme no Dalitz Plot. Como forma de dar força a esta argumentação, abordamos o decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ através da hipótese de *fatorização* da amplitude, junto a uma descrição efetiva para a hamiltoniana partônica. Apesar de este modelo não levar em consideração efeitos não-perturbativos

como interações de estado final e troca de glúons moles, pode ilustrar possíveis efeitos do decaimento não-ressonante no Dalitz Plot.

Foi neste contexto que vimos como uma inadequada parametrização para a amplitude NR pode levar a interpretações indevidas dos resultados de ajuste, subestimando ou superestimando as frações para determinados decaimentos ressonantes. Como exemplo específico, apresentamos o caso do decaimento $D^+ \to \bar{K}^*(890)\pi^+$, para o qual se mediram frações de decaimento diferentes dependendo se o estado final era $K^-\pi^+\pi^+$ ou $\bar{K}^0\pi^+\pi^0$ e sugerimos como explicação a forma da distribuição NR.

Escolhemos usar o canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ para o estudo experimental da contribuição NR devido a que, segundo experimentos anteriores, esta representa uma grande fração de decaimento. O canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ é o mais abundante decaimento do méson D^+ em três partículas carregadas e contamos, além disto, com a alta estatística charmosa do experimento E791.

Para tratar com a grande amostra de dados disponível, foi necessário fazer um criterioso processo de seleção de eventos. Além disto, a alta estatística requereu um grande rigor metodológico de forma a ter controle sobre os efeitos sistemáticos. Assim sendo, estudamos de maneira cuidadosa as fontes de *background* da nossa amostra de $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ para poder parametrizar adequadamente suas contribuições tanto no espectro de massa $K\pi\pi$ como no Dalitz Plot. Por outro lado, os efeitos de resolução e eficiência do espectrômetro E791 também foram um foco importante da nossa atenção, dado que sua caracterização no nosso modelo de ajuste para o Dalitz Plot é crucial.

A partir destes estudos e do formalismo comumente utilizado para o tratamento da amplitude total de decaimento do canal $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$, desenvolvemos o nosso algoritmo de ajuste. Fazendo estudos de simulação, buscamos certificar-nos desta metodologia testando tanto o algoritmo em si como o modelo utilizado para descrever os efeitos de resolução e eficiência.

Estudamos o Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ a partir desta metolodogia e tomando, em particular, a amplitude NR como constante, como feito em experimentos anteriores. Com esta chamada parametrização convencional, encontramos contribuições

dos sub-canais $\bar{K}^*(890)\pi^+$, $\bar{K}_0^*(1430)\pi^+$, $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$, $\bar{K}^*(1680)\pi^+$ e NR (Modelo PC2). A maior fração, confirmando resultados experimentais anteriores, é devida ao canal NR, com um total de cerca de 100%. A soma de todas as frações, neste modelo, supera 150%, o que mostra um grande padrão de interferência entre as diferentes amplitudes. O sub-canal $\bar{K}_2^*(1430)\pi^+$ não havia sido observado anteriormente e, apesar de contribuir com uma fração de apenas $0,5\%$, mostrou-se relevante para uma melhor descrição do Dalitz Plot.

Obtivemos com a parametrização convencional uma reprodução razoavelmente boa das principais características do Dalitz Plot experimental. Entretanto, algumas regiões apareceram mal representadas, em particular à baixa massa de $m^2_{K\pi(baixa)}$ ($m^2_{K\pi(baixa)} < 0,6$ GeV^2) e a região de $m^2_{K\pi(alta)}$ entre 2,1 e 2,7 GeV^2, o que pôde ser observado a partir da distribuição de χ^2 na figura 9.3.

Como ponto de partida para o estudo experimental da contribuição NR, tomamos a amplitude exatamente como dada pela expressão obtida pelo modelo de fatorização (equação 4.10). Em princípio, não deveríamos esperar que tal modelo levasse a uma boa representação do decaimento NR, considerando que efeitos não perturbativos, não-fatorizáveis, não são considerados neste modelo. De fato, o ajuste ao Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ não foi satisfatório, em particular de qualidade muito inferior ao ajuste com a parametrização convencional.

Buscamos, então, estender o modelo de fatorização tratando as correntes hadrônicas de spin 0 e de spin 1, presentes no modelo, de maneira independente, ou seja, a cada uma associamos um coeficiente e uma fase. Também introduzimos um termo constante como forma de permitir a presença de efeitos dispersivos de natureza não perturbativa. Com este modelo (Modelo NR3), obtivemos uma melhor descrição do Dalitz Plot, comparada àquela usando a parametrização convencional (Modelo PC2). Em particular, a região de $m^2_{K\pi(baixa)} < 0.6$ GeV^2 é bem melhor representada, como pudemos ver na figura 10.3.

O resultado para o Modelo NR3 mostrou uma dominância do termo constante em relação aos outros termos da amplitude NR (além, também, de uma dominância global). Isto mostra, uma vez mais, que efeitos não perturbativos são importantes no decaimento

NR $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$. Observamos que ainda assim a amplitude total NR apresentou, neste modelo, uma expressiva variação ao longo do Dalitz Plot, como vimos na figura 10.5.

Este resultado indica, conforme queriamos chamar a atenção com este trabalho, que de fato não se deve considerar *a priori* que a contribuição NR não apresenta estruturas no espaço de fase. Ainda que não conheçamos os mecanismos dinâmicos envolvidos neste decaimento, devemos estudar as variações da amplitude NR ao longo do Dalitz Plot.

O Modelo NR3, entretanto, ainda apresenta regiões em que não representa bem a distribuição experimental. Tomamos expressões mais gerais para representar a amplitude NR, mas não obtivemos resultados melhores que o Modelo NR3.

Nossos resultados indicam que, apesar de que variações da contribuição NR no Dalitz Plot devam ser consideradas, ainda não são suficientes para descrever satisfatoriamente o padrão de decaimento do D^+ no estado final $K^-\pi^+\pi^+$. Como possíveis estudos na melhora do modelo de representação deste processo, poderíamos sugerir os seguintes:

- Representação dos estados ressonantes de grande largura, que tendem a ocupar uma grande região do espaço de fase. É possível que no modelo convencional estes não estejam sendo bem representados, seja através do correto valor para massa e largura ou através das dependências dinâmicas (largura dependente do *momentum*, fatores de forma).

- Presença de alguma ressonância ainda não observada experimentalmente. Em particular, poderíamos citar modelos quirais que predizem a existência de uma ressonância escalar κ com baixa massa e grande largura.

Como vimos, uma grande dificuldade da análise de Dalitz Plot e, ao mesmo tempo, o que a enriquece, é a possibilidade de grandes correlações entre as diferentes amplitudes. Assim sendo, novas perspectivas para a análise de Dalitz Plot do decaimento $D^+ \to K^-\pi^+\pi^+$ seriam associar o estudo da amplitude NR às idéias sugeridas acima, permitindo todas as possíveis correlações. Também para outros decaimentos hadrônicos charmosos em três corpos, esta seria a abordagem mais completa, mas limitada, claramente, pela estatística disponível.

Apêndice A

A Participação no Experimento E831

Como parte do meu programa de doutoramento em Física Experimental de Altas Energias, cumpri um estágio de seis meses no Fermilab, participando do período inicial da tomada de dados do experimento FOCUS (E831). Este experimento é, de certa maneira, uma sequência natural do experimento E791, com o objetivo de coletar uma amostra charmosa bem superior. Minha participação em FOCUS me possibilitou entrar em contato com a etapa inicial de um experimento, familiarizar-me com o processo de aquisição de dados, funcionamento dos diversos detetores, etc. A seguir, descrevo as atividades desenvolvidas durante a minha estadia no Fermilab e após o meu retorno.

A.1 Descrição do Experimento

O experimento E831 do Fermilab, ou FOCUS, é um experimento voltado para física do charme, como foi a E791. O mecanismo de produção das partículas charmosas se diferencia, entretanto, pela utilização de um feixe de fótons para a interação com o alvo. FOCUS é a continuação do experimento E687 (contemporâneo da E791), que foi muito bem sucedido no estudo de decaimentos de partículas charmosas. Espera-se que sejam totalmente reconstruídos mais de 1 milhão de decaimentos charmosos, o que corresponde a cerca de 5 vezes a estatística alcançada pela E791.

A geração do feixe de fótons se inicia com a interação dos prótons de 800 GeV do Tevatron com um alvo de deutério líquido. As partículas resultantes são colimadas e as partículas carregadas são extraídas do feixe. O feixe neutro remanescente passa através de

uma placa de chumbo, onde cerca de 60% dos fótons são convertidos em pares e^+e^-. Estes pares são separados em dois braços (dependendo da carga) através de dipolos magnéticos. As partículas neutras que permanecem na direção original do feixe são eliminadas ao interagir com uma parede altamente absorvente. Os dois feixes de e^+ e e^-, de energia média de 300 GeV, são recombinados e seus *momenta* são medidos em 5 estações de silício. Finalmente, o feixe passa por um radiador de chumbo e os fótons resultantes de *bremsstrahlung*, de energia média 170 GeV, atingem o alvo esperimental. O alvo é segmentado e consiste de uma sequência de placas de óxido de berílio intercaladas com placas de microtiras de silício.

O espectrômetro da E831, mostrado esquematicamente na figura A.1, começa com 16 camadas de microtiras de silício, usadas para reconstruir os vértices e assim separar o lugar de produção dos pontos de decaimento. Dois dipolos magnéticos de grande abertura são usados para medir o *momentum* das partículas produzidas. Entre os magnetos existem três estações de câmaras proporcionais de fios (PWC) e três estações de *straw tubes* para o *tracking*, dois contadores Čerenkov para identificação de partículas, e o Calorímetro Eletromagnético Externo (OE). Após o segundo magneto está o Sistema Externo de Múons, mais duas estações de PWC, um outro contador Čerenkov e os Calorímetros Eletromagnético Interno e Hadrônico. No final do espectrômetro está localizado o Sistema Interno de Múons, que consiste de três blocos de filtros de aço com hodoscópios de cintilador entre eles. Assim construído, este detetor fornece excelente indentificação de partículas, resolução de energia e *momentum*, e grande capacidade na reconstrução de vértices.

A tomada de dados do experimento começou em junho/96 e se estendeu até setembro/97. Nesta etapa, houve muita atividade envolvida. Uma delas foi a tomada de dados em si: como o experimento estava continuamente coletando dados, todos os membros do experimento deveriam participar de plantões , quando se fazia um controle em tempo real da qualidade dos eventos produzidos bem como um monitoramento sistemático de todo o espectrômetro, incluindo funcionamento de toda a eletrônica, da pressão dos vários gases usados em alguns detetores, da alimentação de alta voltagem de outros, etc.

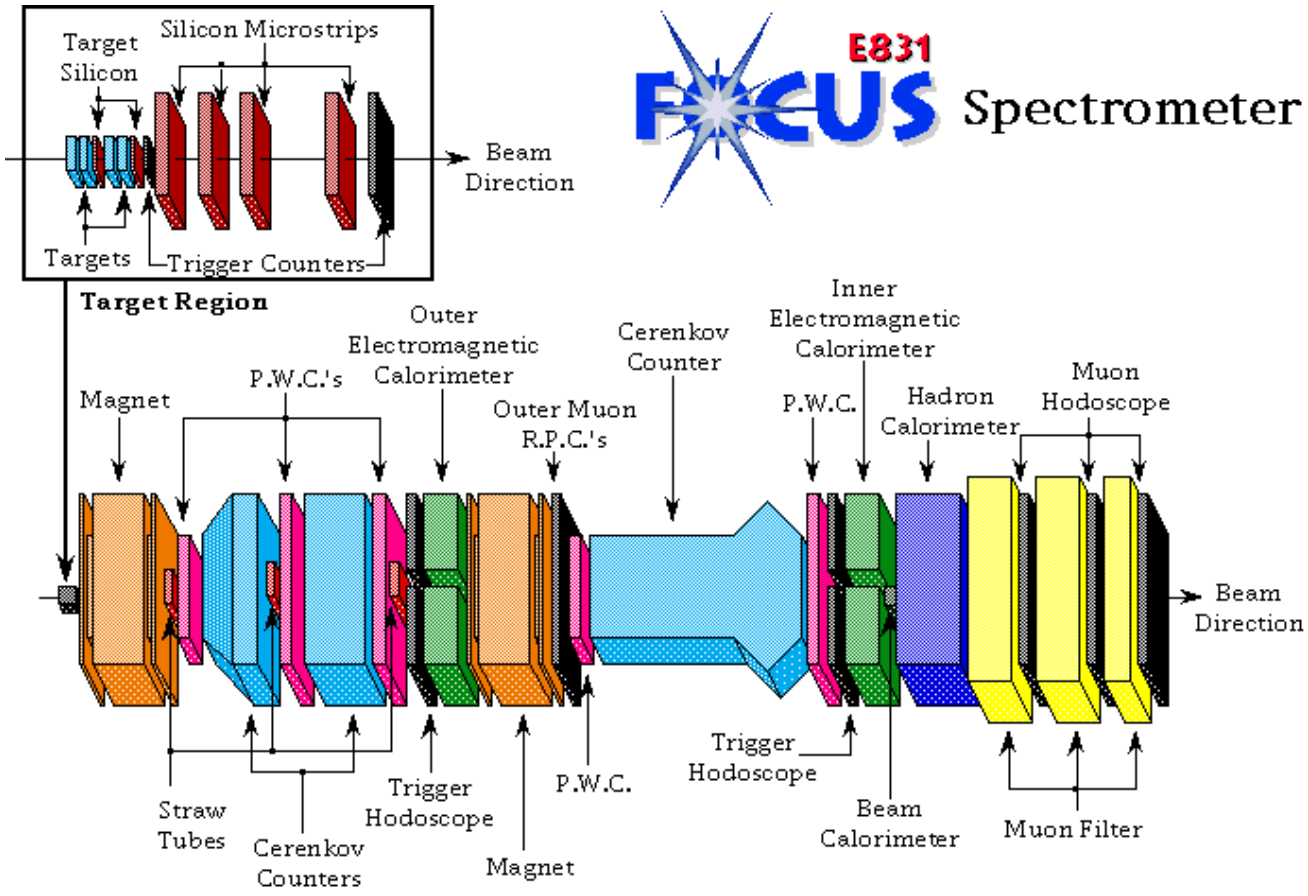

Figura A.1: O Espectrômetro da E831

A.2 As Atividades no Experimento

Como membro do experimento, uma das minhas tarefas durante 6 meses de estadia no Fermilab foi participar ativamente da tomada de dados. Os membros da colaboração se revezavam em plantões de oito horas de duração, de forma que a tomada de dados ocorresse ininterruptamente. Através da participação nos plantões , pude tomar contato com os diversos sistemas que compœ o experimento: sistema de aquisição de dados, de controle do feixe, de alimentação e controle de alta voltagem, de monitoramento *on-line*, bem como dos vários componentes do espectrômetro. Isto me possibilitou familiarizar-me com o experimento como um todo.

Além deste trabalho comum a todos do experimento, cada grupo tinha tarefas particulares. Numa grande colaboração internacional como esta, que conta com cerca de 100 participantes, a responsabilidade por cada diferente detetor é assumida por um determinado grupo, que se encarrega de toda parte de *hardware*, incluindo monitoramento, calibrações, e toda a parte de eletrônica, bem como todo o projeto de *software*, que é necessário para a "decodificação" dos sinais eletrônicos do detetor em quantidades físicas usadas na análise de dados.

Além deste trabalho, do qual participam todos os membros da colaboração, participei de um dos projetos em que o grupo do LAFEX-CBPF (do qual faço parte) se engajou, formando parte da equipe responsável pelo Calorímetro Electromagnético Externo (OE), que é usado na deteção de elétrons e fótons e indiretamente na deteção de píons neutros (observados por seu decaimento em dois fótons). Nosso grupo então trabalhou em conjunto com o grupo do INFN-Frascati (Itália) e de CINVESTAV (México).

Descrevemos sucintamente algumas características do detetor OE, para então apresentar o trabalho realizado.

A.2.1 O Calorímetro Eletromagnético Externo

O detetor OE está localizado a 900 cm do alvo, e seu objetivo é a deteção de fótons e elétrons produzidos em grandes ângulos (alto *momentum* transverso). Tem dimensão externa de de 255×205 cm^2, com uma abertura interna retangular de 51×88 cm^2.

O calorímetro consiste de placas radiadoras feitas de chumbo e placas de cintiladores plásticos dispostas em camadas em diferentes orientações espaciais em relação ao feixe. O OE é dividido longitudinalmente em 5 segmentos (OE0, OE1, OE2, OE3, OE9) e ainda um último segmento (OE8) de pequenos cintiladores quadrados. Ao total, são 1148 contadores, cada um conectado a uma fotomultiplicadora; são, portanto, 1148 canais eletrônicos.

A.2.2 O Trabalho Realizado para o Detetor OE

Minha participação neste detetor pode ser dividida em duas partes. Uma mais geral, em que todos deste grupo também participaram, que foi a de garantir o bom funcionamento do detetor durante o período de tomada de dados. Como cheguei ao Fermilab bem no começo da tomada de dados, participei diretamente da preparação do detetor e este trabalho seguiu durante toda minha estadia. Isto incluiu todos os tipos de trabalhos de *hardware*, como por exemplo: troca de cabos, monitoramento dos sinais produzidos por cada canal, da alta voltagem, etc. Também participei da etapa de calibração do detetor, onde desenvolvi parte do trabalho de ajuste das curvas de atenuação das placas cintiladoras.

Além disto, o grupo do LAFEX se envolveu (e continua envolvido) em projetos de *software* de reconstrução, e desenvolvimento de Monte Carlo. Dentro deste projeto, minha responsabilidade foi a construção e manutenção de um banco de dados que guardasse toda a informação relevante que podia se modificar durante o experimento. Este trabalho foi iniciado durante minha estadia e continuou sendo desenvolvido após meu retorno, conforme descrevo a seguir.

Durante a coleta de dados, existia uma série de informações que devia ser guardada para que a posterior análise pudesse ser feita, já que podiam eventualmente variar durante a tomada de dados. Algumas variavam com uma certa frequência (a cada dia, por exemplo), enquanto outras variavam mais lentamente. Para tanto, era necessário criar dois bancos de dados diferentes, que selecionavam os parâmetros do detetor que variavam lentamente (Banco de Dados I) e rapidamente (Banco de Dados II). Claramente, deveria

haver uma correlação entre eles, já que informações do Banco II dependiam de informações do Banco I.

No Banco de Dados I, eram registrados: valores de calibração de cada contador – o que permitia fazer a relação entre sinal eletrônico medido e energia depositada pela partícula que atravessou o detetor; informações de geometria (posicão de cada contador), já que o detetor tinha a liberdade de ser mudado de posição no plano perpendicular ao feixe; os valores para os limiares de sinal devido à passagem de uma partícula para cada contador; valores para os ajustes de atenuação da luz dentro de cada contador (não houve mudanças nestas variáveis).

No Banco de Dados II, eram registradas as informações referentes ao ruído de cada canal (*pedestais*) e a associação entre canal eletrônico e seu correspondente conversor analógico-digital (ADC) (*máscaras*). Para obter os valores de pedestais, estes eram medidos durante a tomada de dados nos períodos de inter-*spill*.

O trabalho consistiu da construção, implementação, manutenção e atualização destes bancos de dados, que está sendo usado na análise preliminar de dados da E831.

Apêndice B

Violação de CP e Dalitz Plot

Vamos mostrar aqui uma interessante aplicação da análise de Dalitz Plot relacionada ao estudo da violação de carga-paridade (CP) em decaimentos hadrônicos. Para tanto, faremos primeiro um breve resumo da violação de CP dentro do Modelo Padrão.

B.1 A Violação de CP no Modelo Padrão

Até hoje, a violação de CP somente foi observada em alguns modos de decaimento do káon neutro, onde aparece como um pequeno efeito. Este fenômeno foi observado pela primeira vez em 1964, mas até hoje, apesar de progressos teóricos e experimentais, ainda carece de um entendimento maior. O objetivo da nova geração de experimentos com mésons K e B é essencialmente o estudo da violação de CP.

O grande esforço neste estudo está motivado pelas consequências fundamentais que este fenômeno tem no nosso entendimento da natureza: a violação de CP define uma distinção absoluta entre matéria e anti-matéria. Também é uma das condições necessárias para a geração dinâmica da assimetria bariônica no universo. Por último, a violação de CP fornece um teste de base para o Modelo Padrão, como veremos a seguir.

A fonte de violação de CP no Modelo Padrão é a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), que associa os auto-estados de massa dos quarks aos auto-estados da interação fraca. O Modelo Padrão requer que esta matriz seja unitária. Assim sendo, e por serem três famílias de quarks, está caracterizada por três parâmetros reais (ângulos de rotação) e uma fase complexa. É a presença deste parâmetro complexo que introduz

a violação de CP de maneira natural dentro do modelo: se esta fase não é 0 ou π a Lagrangeana da interação fraca não é invariante frente a CP.

A estrutura unitária da matriz de CKM é convencionalmente mostrada na forma do chamado triângulo unitário. Este é uma representação gráfica da relação unitária $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$. Os ângulos que definem o triângulo são então dados por:

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv \arg(-V_{td}V_{tb}^*/V_{ud}V_{ub}^*) \\ \beta &\equiv \arg(-V_{cd}V_{cb}^*/V_{td}V_{tb}^*) \\ \gamma &\equiv \arg(-V_{ud}V_{ub}^*/V_{cd}V_{cb}^*) \ . \end{aligned} \tag{B.1}$$

Estes ângulos são independentes de qualquer convenção de fase e podem em princípio ser medidos em experimentos voltados à violação de CP.

Como estes ângulos expressam, em definitiva, as fases fracas contidas nos elementos da matriz de CKM, para medí-los é necessário estudar decaimentos que possibilitem uma *interferência* entre processos com fases fracas diferentes.

O estudo de violação de CP pode ser feito, basicamente, através de dois tipos de processos: (a) que envolvem a mistura de estados de mésons neutros; (b) que aparecem diretamente na amplitude do decaimento. O processo (a) requer a interferência entre a amplitude de mistura e amplitude de decaimento. O processo (b) requer interferência entre duas amplitudes de decaimento que contribuam ao mesmo estado final com diferentes fases fracas.

Espera-se que os efeitos de violação de CP sejam bem mais expressivos para mésons B que para káons. Entretanto, no setor do charme, estes efeitos devem ser extremamente pequenos de acordo com o Modelo Padrão.

Um expressivo esforço teórico e experimental está sendo feito para medir a violação de CP através da medida dos ângulos α, β e γ. Entretanto, estas medidas em sua grande maioria são indiretas e estão prejudicadas por incertezas teóricas. Apenas β é esperado ser medido de maneira muito limpa através do canal de decaimento $B_0 \to J/\psi K_s$, que tem um BR de 10^{-3}. A extração dos outros dois ângulos requer a medida de BR da ordem de 10^{-5} ou menos para decaimentos do méson B.

Não vamos nos estender além na descrição da violação de CP. Existem vários e bons textos gerais sobre o assunto (por exemplo, referências [43] e [44]).

B.2 O Uso do Dalitz Plot para Medir o Ângulo γ

Vamos nesta seção usar a metodologia da análise de Dalitz Plot para possíveis medidas de violação de CP. Vamos em particular analisar o canal $B^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{+}\pi^{-}$ para o qual contribuem, como veremos, amplitudes com diferentes fases fracas envolvendo o ângulo γ.

Aqui faremos apenas uma exposição resumida das idéias gerais e resumo de resultados. O tratamento completo pode ser encontrado no trabalho original apresentado na referência [45].

O ângulo γ parece ser bastante difícil de ser medido. Os métodos existentes na literatura, independente dos canais considerados, se baseiam na medida de razões de ramificação e assimetrias [46]. A relação entre estas medidas e γ não é direta, e em geral apresentam ambiguidades discretas (por exemplo, por obter sen2γ ao invés de γ diretamente). Existem métodos com baixa incerteza teórica [47], mas em compensação requerem alta estatística, que somente pode ser alcançada em cerca de 10 anos de tomada de dados na nova geração de "fábricas de B". Neste contexto, é interessante buscar novos métodos que possam vir a requerer uma menor estatística com erros razoáveis.

Vamos ver como a metodologia da análise de Dalitz Plot pode se inserir neste contexto.

Como vimos detalhadamente no capítulo 3, a análise de Dalitz Plot se baseia em descrever cada contribuição ao estado final em termos de suas amplitudes – o estado final é o resultado da soma coerente das amplitudes individuais e a densidade de eventos no Dalitz Plot é proporcional ao módulo quadrado da amplitude total. Em particular, vimos que a cada sub-canal estava relacionada uma fase.

Assim sendo, a análise de Dalitz de um determinado decaimento dá acesso diretamente às *fases relativas* entre os diversos processos intermediários.

Seja então um decaimento em três corpos $M \to abc$ que possa se processar a partir diferentes estados intermediários, onde pelo menos um deles esteja caracterizado por

uma fase fraca diferente dos outros. Sabemos que em geral todos os decaimentos podem também apresentar fases fortes devido a interações de estado final.

Como sempre, podemos parametrizar a dinâmica deste processo como:

$$|\mathcal{M}(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 = |\sum_i a_i e^{i\theta_i} \mathcal{A}_i(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 \ , \tag{B.2}$$

onde a soma é efetuada sobre todos os possíveis estados intermediários. Cada estado tem associada uma fase θ_i que, em princípio, pode ter origem da interação fraca (através dos elementos da matriz de CKM) ou forte (devido a interações de estado final). De uma maneira geral, podemos escrever $\theta_i = \delta_i + \phi_i$, onde δ_i representa a fase forte e ϕ_i representa a fase fraca.

Se consideramos agora o decaimento conjugado, $\bar{M} \to \bar{a}\bar{b}\bar{c}$, as fases fortes associadas a cada decaimento se mantêm (a interação forte conserva CP), mas as fases fracas mudam de sinal. Assim, teríamos $\bar{\theta}_i = \delta_i - \phi_i$.

Se a análise de Dalitz Plot é feita separadamente para os decaimentos $M \to abc$ e $\bar{M} \to \bar{a}\bar{b}\bar{c}$, todas as fases θ_i e $\bar{\theta}_i$ podem ser obtidas *diretamente* e com isto, também uma medida *direta* de um efeito de violação de CP pela observação de $\theta_i \neq \bar{\theta}_i$. Mais especificamente, a fase fraca é obtida através da simples relação:

$$\phi_i = (\theta_i - \bar{\theta}_i)/2 \ . \tag{B.3}$$

Este procedimento é independente das fases fortes δ_i associadas a cada estado intermediário. O único requerimento é *a presença de pelo menos dois canais intermediários com diferentes fases fracas.* Desta maneira, a análise de Dalitz Plot passa a ser uma poderosa ferramenta para a medida de violação de CP.

Vamos então aplicar esta idéia ao canal $B^\pm \to \pi^\pm\pi^+\pi^-$ como procedimento para medir o ângulo γ. Este decaimento pode se processar a partir de diferentes contribuições: NR, $\chi_{c0}\pi^\pm$, $\rho^0\pi^\pm$, $f_0\pi^\pm$, etc. O canal parcial $\chi_{c0}\pi^\pm$ é caracterizado pelos coeficientes de CKM $V_{bc}V_{cd}^*$, enquanto todos os outros se processam via os coeficientes $V_{ub}V_{ud}^*$; suas amplitudes contêm, portanto, a fase fraca γ.

A partir de simulações de distribuições no Dalitz Plot para os decaimentos $B^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$ e $B^- \to \pi^+\pi^-\pi^-$, estudamos a precisão com que o ângulo γ pode ser medido dependendo do número de eventos observados para estes decaimentos.

Para tais simulações, tomamos contribuições dos estados NR, $\chi_{c0}\pi^\pm$, $\rho^0\pi^\pm$ e $f_0\pi^\pm$, onde suas contribuições relativas foram estimadas a partir de um cenário razoável para suas razões de ramificação. O estudo consistiu em gerar amostras em função dos parâmetros (a_i, θ_i) para o B^+ e $(a_i, \bar{\theta}_i)$ para o B^-. Tais amostras eram então ajustadas[1] de modo a encontrar, através do ajuste, estes mesmos parâmetros. Desta maneira, verificamos, em função da estatítica da amostra, a sensibilidade em encontrar os valores corretos.

Nas tabelas B.1 e B.2 mostramos os resultados destas simulações para amostras com 200, 500 e 1000 eventos. As fases θ_i, $\bar{\theta}_i$ trazem a informação de que $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \gamma$ (fase fraca relativa entre χ_{c0} e os outros canais), onde escolhemos $\gamma = 65^o$. As fases fortes δ_i foram tomadas arbitrariamente. A contribuição NR foi considerada constante e fixamos os parâmetros do canal $\chi_{c0}\pi^\pm$ $a_1 = 1.0$ (normalização geral) e $\theta_1 = 0$ (fase de referência).

Os resultados das tabelas B.1 e B.2 fornecem então:

$$\begin{aligned}
&\gamma = 68 \pm 19 \ , \quad \gamma = 68 \pm 12 \ , \quad \gamma = 66 \pm 7 \quad (NR) \\
&\gamma = 73 \pm 20 \ , \quad \gamma = 71 \pm 12 \ , \quad \gamma = 62 \pm 8 \quad (f_0\pi) \\
&\gamma = 77 \pm 19 \ , \quad \gamma = 60 \pm 12 \ , \quad \gamma = 66 \pm 8 \quad (\rho\pi)
\end{aligned} \tag{B.4}$$

para 200, 500 e 1000 eventos respectivamente. Os erros nas equações B.4 foram obtidos somando em quadratura os erros independentes para os ajustes de B^+ e B^-.

Apesar de havermos mostrado os resultados para uma determinada escolha dos parâmetros, fizemos um estudo sistemático permitindo variações nos coeficientes a_i (o que reflete variações nas razões de ramificação), outros calores para as fases fortes e para γ e formas variadas para a contribuição NR. Não foram encontradas variações significativas nos erros de γ. Assim sendo, dentro de considerações razoáveis para este decaimento, o

[1] O método de ajuste utlizado foi o de Máxima Verossimilhança contínuo, usando o MINUIT, como explicado no capítulo 7.10.

Decaimento		Valor Gerado	200 eventos	500 eventos	1000 eventos
$\chi_{c0}\pi^+$	a_1	1.0	fixo	fixo	fixo
	θ_1	0^o	fixo	fixo	fixo
NR	a_2	4.0	3.1 ± 0.7	4.1 ± 0.6	3.8 ± 0.5
	θ_2	70^o	$(64 \pm 25)^o$	$(71 \pm 17)^o$	$(66 \pm 11)^o$
$f_0\pi^+$	a_3	2.5	2.5 ± 0.6	2.8 ± 0.4	2.5 ± 0.3
	θ_3	80^o	$(99 \pm 28)^o$	$(88 \pm 18)^o$	$(75 \pm 12)^o$
$\rho^0\pi^+$	a_4	3.0	2.1 ± 0.6	3.4 ± 0.5	3.0 ± 0.4
	θ_4	55^o	$(74 \pm 26)^o$	$(39 \pm 18)^o$	$(50 \pm 12)^o$

Tabela B.1: Resultados do ajuste para simulação de $B^+ \to \pi^-\pi^+\pi^+$.

Decaimento		Valores Gerados	200 eventos	500 eventos	1000 eventos
$\chi_{c0}\pi^-$	a_1	1.0	fixo	fixo	fixo
	$\bar{\theta}_1$	0^o	fixo	fixo	fixo
NR	a_2	4.0	4.2 ± 1.0	3.6 ± 0.6	4.2 ± 0.4
	$\bar{\theta}_2$	-60^o	$(-72 \pm 28)^o$	$(-64 \pm 16)^o$	$(-66 \pm 10)^o$
$f_0\pi^-$	a_3	2.5	2.6 ± 0.7	2.4 ± 0.6	2.4 ± 0.4
	$\bar{\theta}_3$	-50^o	$(-48 \pm 29)^o$	$(-55 \pm 18)^o$	$(-48 \pm 12)^o$
$\rho^0\pi^-$	a_4	3.0	3.0 ± 0.7	2.8 ± 0.7	3.3 ± 0.5
	$\bar{\theta}_4$	-75^o	$(-81 \pm 27)^o$	$(-81 \pm 16)^o$	$(-83 \pm 11)^o$

Tabela B.2: Resultados do ajuste para simulação de $B^- \to \pi^+\pi^-\pi^-$.

erro na extração de γ depende basicamente do número de eventos observados de $B^\pm \to \pi^\pm\pi^+\pi^-$.

A única incerteza teórica associada a este método é a possível presença de diagramas pinguim e efeitos de espalhamento no estado final. Não vamos entrar em detalhes desta discussão; discutimos estes efeitos [45]. Estimamos que a contribuição devido a diagramas pinguim podem trazer uma incerteza de cerca de 11^o na medida de γ.

Assim sendo, se combinamos o erro estatístico com o erro teórico para 1000 eventos, chegamos a um erro de 22^o para a medida de γ (90% C.L.). Esta quantidade de eventos é possível ser alcançada com poucos (2 ou 3) anos de tomada de dados das futuras fábricas de B. Nenhum outro método para medir γ parece ser capaz de chegar a esta precisão em tão curto período de tempo.

Referências

[1] Particle Data Group, *Review of Particle Physics*, Eur. Phys. J. C **3**, 1 (1998).

[2] Colaboração E687, P.L. Frabetti *et al.*, Phys. Lett. B **331**, 217 (1994).

[3] Colaboração E687, P.L. Frabetti *el al.*, Phys. Lett. B **351**, 591 (1995).

[4] D. Fakirov, B. Stech, Nucl. Phys. **B133**, 315 (1978).

[5] N. Cabibbo, L. Maiani, Phys. Lett. **73B**, 418 (1978).

[6] M.K. Gaillard, B.W. Lee, J.L. Rosner, Rev. Mod. Phys. **47**, 277 (1975);
J. Ellis, M.K. Gaillard, D.V. Nanopoulos, Nucl. Phys. **B100**, 313 (1975).

[7] A.J. Buras, J.-M. Gérard, R. Rückl, Nucl. Phys. **B268**, 16 (1986).

[8] M. Bauer, B. Stech, M. Wirbel, Z. Phys. C **34**, 103 (1987).

[9] F. Buccella *el al.*, Phys. Rev. D **51**, 3478 (1995),
A.J. Buras. Nucl. Phys. **B434**, 606 (1995).

[10] R.H. Dalitz, Phil. Mag. **44**, 1068 (1953);
E. Fabri, Nuovo Cimento **11**, 479 (1954).

[11] E. Byckling, K. Kajantie, *Particle Kinematics*, John Wiley & Sons, New York (1973).

[12] W.R. Frazer, *Elementary Particles*, Prentice–Hall Inc., New Jersey (1966).
W.S.C. Williams, *An Introduction to Elementary Particles*, Academic Press, London (1971).

[13] C. Zemach, Phys. Rev. **133**, B1201 (1964);
C. Zemach, Phys. Rev. **140**, B97 (1965);
C. Zemach, Phys. Rev. **140**, B109 (1965).

[14] J.M. Blatt, V.F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, John Wiley & Sons, New York (1952).

[15] Colaboração ARGUS, H. Albrecht *et. al*, Phys. Lett. B **308**, 435 (1993).

[16] J.D. Jackson, Nuovo Cimento **34**, 1644 (1964).

[17] J. Wiss *et al.*, Phys. Rev. Lett. **37**, 1531 (1976).

[18] Colaboração Mark II, R.H. Schindler *et al.*, Phys. Rev. D **24**, 78 (1981).

[19] Colaboração Mark III, J. Adler *et al.*, Phys. Lett. B **196**, 107 (1987).

[20] Colaboração E691, J.C. Anjos *et al.*, Phys. Rev. D **48**, 56 (1993).

[21] I. Bediaga, C. Göbel, R. Méndez–Galain, Phys. Rev. Lett. **78**, 22 (1997).

[22] I. Bediaga, C. Göbel, R. Méndez–Galain, Phys. Rev. D **56**, 4268 (1997).

[23] L.B. Okun, *Leptons and Quarks*, North-Holland, Amsterdam (1982).

[24] R.E. Marshak, Riazuddin, and C.P. Ryan, *Theory of Weak Interactions in Particle Physics*, John Wiley & Sons, New York (1969).

[25] J.H. Kühn and E. Mirkes, Z. Phys. C **56**, 661 (1992).

[26] M. Bauer, B. Stech, and M. Wirbel, Z. Phys. C **29**, 637 (1985).

[27] Colaboração NA14, Alvarez *et al.*, Z. Phys. C **50**, 11 (1991).

[28] Colaboração UKQCD, K.C. Bowler *et al.*, Phys. Rev. D **51**, 4905 (1995).

[29] J. Bjorken, Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B11**, 325 (1989).

[30] M. Gourdin, Y.Y. Keum, and X.Y. Pham, Phys. Rev. D **53**, 3687 (1996).

[31] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **17**, 336 (1966).

[32] G. Colangelo, M. Finkemeier, R. Urech, Phys. Rev. D **54**, 4403 (1996).

[33] N. Isgur, C. Morningstar and C. Reader, Phys. Rev. D **39**, 1357 (1989);
R. Decker, M. Finkemeier and E. Mirkes, Phys. Rev. D **50**, 6863 (1994).

[34] J.H. Kühn and A. Santamaria, Z. Phys. C **48**, 445 (1990).

[35] Colaboração OPAL, R. Akers *et al.*, Z. Phys. C **67**, 45 (1995).

[36] Colaboração E691, J.C. Anjos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **62**, 125 (1989).

[37] Colaboração E687, P.L. Frabetti *et al.*, Phys. Lett. B **407**, 79 (1997).

[38] R. Fernow, *Introduction to Experimental Particle Physics*, Cambridge University Press (1986).

[39] S. Amato *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **A324**, 535 (1992).

[40] S. Bracker *et al.*, Nucl. Sci. **NS-43**, 2457 (1996).

[41] T. Sjöstrand, PYTHIA 5.7 *and* JETSET 7.4 - *Physics and Manual*, CERN Program Library Long Writeup CERN-TH.7112/93 (1993).

[42] F. James, MINUIT, *Function Minimization and Error Analysis*, CERN Program Library Long Writeup D506 (1994).

[43] G. Buchalla, SLAC-PUB-7613 [hep-ph/9707545] (1997).

[44] I. Bigi, Surveys High Energ.Phys. **12**, 269 (1998) [hep-ph/9712475].

[45] I. Bediaga, R.E. Blanco, C. Göbel, R. Méndez–Galain, Phys. Rev. Lett. **81**, 4067 (1998).

[46] M. Gronau, Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B38**, 136 (1995);
M. Gronau *et al.*, Phys. Rev. D **50**, 4529 (1994);
M. Gronau and J.L. Rosner, Phys. Rev. Lett. **76** 1200 (1996).

[47] M. Gronau and D. Wyler, Phys. Lett. B **265**, 172 (1991);
I. Dunietz, Phys. Lett. B **270**, 75 (1991);
D. Atwood, I. Dunietz, and A. Sony, Phys. Rev. Lett. **78**, 3257 (1997).